



UNIVERSITÉ D'ANTANANARIVO
FACULTÉ DES SCIENCES
FORMATION DOCTORALE EN PHYSIQUE



DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

Laboratoire de Thermodynamique, Thermique et Combustion

MEMOIRE

Pour l'obtention du :

DIPLOME D'ETUDES APPROFONDIES EN PHYSIQUE

Option : Energétique

**ALGORITHME D'AUTOMATISATION DE LA METHODE D'ANALYSE DE
 SENSIBILITE GLOBALE DES MODELES DES SYSTEMES COMPLEXES
 APPLICATION SUR UN MODELE SIMULANT UNE TOITURE VEGETALISEE**

Présenté par

ANDRIAMAMONJY ANDO LUDOVIC

Devant la commission d'examen composée de :

Président :

Monsieur RAKOTOMALALA Minoson

Professeur Titulaire

Université d'Antananarivo

Rapporteur :

Monsieur RAKOTONDRAMIARANA Hery Tiana

Maître de Conférences

Université d'Antananarivo

Examineurs :

Madame RANDRIAMANANTANY Zely Arivelo

Professeur Titulaire

Université d'Antananarivo

Monsieur RASAMIMANANA François de Salle

Maître de Conférences

Université d'Antananarivo

LE 29 MAI 2012





UNIVERSITÉ D'ANTANANARIVO

FACULTÉ DES SCIENCES

FORMATION DOCTORALE EN PHYSIQUE



DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

Laboratoire de Thermodynamique, Thermique et Combustion

MEMOIRE

Pour l'obtention du :

DIPLOME D'ETUDES APPROFONDIES EN PHYSIQUE

Option : Energétique

ALGORITHME D'AUTOMATISATION DE LA METHODE D'ANALYSE DE SENSIBILITE GLOBALE DES MODELES DES SYSTEMES COMPLEXES APPLICATION SUR UN MODELE SIMULANT UNE TOITURE VEGETALISEE

Présenté par

ANDRIAMAMONJY ANDO LUDOVIC



Devant la commission d'examen composée de :

Président :

Monsieur RAKOTOMALALA Minoson

Professeur Titulaire

Université d'Antananarivo

Rapporteur :

Monsieur RAKOTONDRA MIARANA Hery Tiana

Maître de Conférences

Université d'Antananarivo

Examineurs :

Madame RANDRIAMANANTANY Zely Arivelo

Professeur Titulaire

Université d'Antananarivo

Monsieur RASAMIMANANA François de Salle

Maître de Conférences

Université d'Antananarivo



REMERCIEMENTS

Je tiens à adresser mes sincères remerciements à Monsieur ANDRIANANTENAINA Bruno Jacques, Doyen de la Faculté des Sciences, de m'avoir permis de suivre une formation doctorale en physique au sein de la Faculté des Sciences de l'Université d'Antananarivo et de m'avoir autorisé la soutenance de ce mémoire.

Je veux également exprimer ma profonde reconnaissance envers Madame RANDRIAMANANTANY Zely Arivelo, Professeur titulaire à l'Université d'Antananarivo et Chef de Département de Physique, pour avoir accepté de siéger en tant que membre du jury pour évaluer les résultats de mes travaux.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur RAKOTOMALALA Minoson, professeur Titulaire à l'université d'Antananarivo et Directeur de l'Institut pour la Maitrise de l'Energie, d'avoir accepté de présider le jury de ce mémoire.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements et ma profonde gratitude à Monsieur RAKOTONDRAMIARANA Hery Tiana, Maître de conférences à la Faculté des Sciences de l'Université d'Antananarivo, pour ce sujet de mémoire, et surtout pour ses précieux conseils d'encadreur dispensés tout au long de l'élaboration de ce travail, et cela malgré ses innombrables occupations.

Je remercie vivement Monsieur RASAMIMANANA François de Salle, Maître de conférences à l'université d'Antananarivo, qui a bien accepté d'examiner ce mémoire, qu'il trouve ici l'expression de mes sincères remerciements.

Je tiens à présenter aussi mes sincères remerciements et ma reconnaissance à toute l'équipe pédagogique de l'Institut pour la Maitrise de l'Energie pour sa bienveillance à l'égard de tous les étudiants de l'institut et envers moi-même.

Enfin, j'exprime ma grande reconnaissance à toute ma famille qui m'a toujours soutenu et encouragé pour que ces longues années d'étude portent ses fruits.

SOMMAIRE

NOMENCLATURE	ii
LISTE DES FIGURES.....	viii
LISTE DES TABLEAUX	xi
LISTE DES ACRONYMES	xii
INTRODUCTION	1
 CHAPITRE I : ALGORITHME D'AUTOMATISATION DE LA METHODE FAST ...	 3
I.1 Définitions utiles	4
I.2 Méthodes d'analyse de sensibilité et automatisation	4
I.2.1. Automatisation de la méthode screening de Morris.....	5
I.2.2. Automatisation de la méthode FAST	7
 CHAPITRE II : PRESENTATION DE L'OUTIL D'ANALYSE DE SENSIBILITE:	
Global Sensitivity Analysis Tool (GoSAT).....	16
II.1 Présentation de GoSAT sous Matlab	18
II.2 Présentation de GoSAT version exécutable sous Windows	21
II.3 Types de résultat obtenu et test de GoSAT	25
 CHAPITRE III : ANALYSE DE SENSIBILITE PARAMETRIQUE DU MODELE DE	
LA TOITURE VEGETALISEE AVEC GoSAT	33
III.1 Présentation du modèle de la toiture végétalisée	35
III.2 Présentation du modèle de la toiture ordinaire	51
III.3 Comparaison du comportement du toit vert par rapport à la toiture ordinaire	55
III.3.1. Comportement de la toiture végétalisée par rapport à une toiture ordinaire à Antananarivo	55
III.3.2. Comportement de la toiture végétalisée par rapport à une toiture ordinaire à Mahajanga	56
III.3.3. Interprétations des résultats	57
III.4 Analyse de sensibilité paramétrique du modèle de la toiture végétalisée par avec l'outil GoSAT	58
III.4.1. Paramétrage du modèle étudié.....	58
III.4.2. Analyse de sensibilité du modèle de la toiture végétalisée avec GoSAT en période diurne	61
III.4.3. Analyse de sensibilité du modèle de la toiture végétalisée avec GoSAT en période nocturne	70
 CONCLUSION.....	78
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	79
ANNEXE	81

NOMENCLATURE

Alphabets latins :

a	Angle d'inclinaison du toit par rapport à l'horizontale	[rad]
alb	Albédo du sol	[]
az_s	Azimut du soleil	[rad]
az_t	Azimut du toit	[rad]
CLO	Courte longueur d'onde	
CO_2	Concentration de CO_2 dans l'air de la canopée	[ppmv]
D	Coefficient de diffusion de vapeur dans l'air	[m ² .s ⁻¹]
d	Epaisseur moyenne des feuilles	[m]
D_0	Coefficient de diffusion de vapeur dans l'air libre	[m ² .s ⁻¹]
D_{vT}	Coefficient de diffusivité non isotherme de vapeur	[kg.m ² .s ⁻¹ .K ⁻¹]
e_a	Pression de vapeur dans l'air de la canopée	[Pa]
e_g	Pression de vapeur sur la surface du sol	[Pa]
e_p	Pression de vapeur sur la surface des feuilles	[Pa]
f	Coefficient pour permettre de représenter qu'une canopée s'évapore plus (<1) ou moins (>1) par rapport à une culture de tomate.	[]
F_{pg}	Facteur de forme géométrique entre les feuilles et le sol.	[]
F_{ps}	Facteur de forme géométrique entre la toiture et la voute céleste	[]
F_{skst}	Facteur de forme géométrique entre la face supérieure de la toiture ordinaire et la voute céleste	[]
g	Accélération de pesanteur	[m.s ⁻²]
GLO	Grande longueur d'onde	
h_{cdg}	Coefficient d'échange par conduction à travers la couche du sol	[W.m ⁻² .K ⁻¹]

h_{cds}	Coefficient d'échange par conduction à travers la couche du support (ou de la toiture ordinaire)	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{cvag}	Coefficient d'échange convectif entre l'air de la canopée et la face supérieure du sol	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{cvam}	Coefficient d'échange convectif entre l'air de la canopée et l'air ambiant	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{cvap}	Coefficient d'échange convectif entre l'air de la canopée et les feuilles	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{cvast}	Coefficient d'échange convectif entre l'air extérieur et la face supérieure de la toiture ordinaire.	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{cvga}	Coefficient d'échange convectif entre l'air de la canopée et la face supérieure du sol ($h_{cvga} = h_{cvag}$)	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{cvi}	Coefficient d'échange convectif entre la face inférieure du support (ou toiture ordinaire) et l'air intérieur du bâtiment	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{cvpa}	Coefficient d'échange convectif entre le feuillage et l'air de la canopée ($h_{cvpa} = h_{cvap}$)	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{difgi}	Coefficient d'échange par diffusion non isotherme de vapeur à travers la couche inférieure du sol	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{difgs}	Coefficient d'échange par diffusion non isotherme de vapeur à travers la couche supérieure du sol	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{rgp}	Coefficient d'échange radiatif entre la face supérieure du sol et le feuillage	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{rpg}	Coefficient d'échange radiatif entre les feuilles et la face supérieure sol	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{rps}	Coefficient d'échange radiatif entre les feuilles et la voûte céleste	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_{rskst}	Coefficient d'échange radiatif entre la voute céleste et la face supérieure de la toiture ordinaire	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
h_s	Hauteur du soleil	[rad]
h_{trpa}	Coefficient de transpiration	[W.m ⁻² .Pa ⁻¹]
k_1	Coefficient d'extinction moyenne des feuilles pour le	[]

	rayonnement de grande longueur d'onde	
k_s	Coefficient d'extinction moyenne des feuilles pour le rayonnement de courte longueur d'onde	[]
LAI	Indice de surface foliaire (Leaf Area Index)	[]
L_c	Epaisseur de la canopée	[m]
L_g	Epaisseur du sol	[m]
L_s	Epaisseur du support	[m]
P	Pression totale	[Pa]
P_s	Pression de vapeur saturante	[Pa]
P_v	Pression partielle de vapeur dans le sol	[Pa]
R	Taux d'échange d'air	[s ⁻¹]
R_{dif}	Densité de flux du rayonnement solaire diffus arrivant au sommet de la canopée	[W.m ⁻²]
R_{dir}	Densité de flux du rayonnement solaire direct arrivant au sommet de la canopée	[W.m ⁻²]
R_{dirh}	Rayonnement solaire direct sur une surface horizontale (fourni par les données météorologiques)	[W.m ⁻²]
r_e	Résistance externe de la canopée	[s.m ⁻¹]
r_i	Résistance globale stomatale	[s.m ⁻¹]
\tilde{r}_i	Fonctions sans dimensions supérieures à l'unité évaluant quantitativement l'accroissement relatif de la résistance interne	[]
r_{min}	Résistance possible minimale, dont l'ampleur a une origine purement physiologique	[s.m ⁻¹]
R_v	Constante de gaz de la vapeur d'eau	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
S	Surface du toit considéré	[m ²]
t	temps	[s]
T_a	Température moyenne de l'air dans la canopée	[K]
T_{gt}	Température moyenne de la face supérieure du sol	[K]

T_{in}	Température interne du bâtiment	[K]
T_m	Température interne du bâtiment	[K]
T_p	Température moyenne des feuilles	[K]
T_{sb}	Température moyenne de la face inférieure du support	[K]
T_{sb}^*	Température moyenne de la face inférieure de la toiture ordinaire	[K]
T_{sky}	Température de la voûte céleste	[K]
T_{st}	Température moyenne de la face supérieure du support	[K]
T_{st}^*	Température moyenne de la face supérieure de la toiture ordinaire	[K]
u	Vitesse du vent à l'air libre	[m.s ⁻¹]
v	Vitesse du vent dans la canopée	[m.s ⁻¹]

Alphabets grecs :

α	Valeur adimensionnelle constante	[]
α_1	Angle d'inclinaison moyenne des feuilles par rapport à l'horizontal	[°]
γ	Constante psychrométrique thermodynamique	[Pa.K ⁻¹]
ε	Porosité du sol	[]
ε_g	Emissivité du sol	[]
ε_p	Emissivité du feuillage de la canopée	[]
ε_{st}	Emissivité de la toiture ordinaire	[]
θ_1	Angle d'incidence du rayonnement solaire direct sur un toit incliné	[rad]
θ_a	Humidité spécifique moyenne de l'air de la canopée	[kg.kg ⁻¹]
Δ	Chaleur latente de vaporisation	[J.kg ⁻¹]

$\Delta(T_1)$	Chaleur latente de vaporisation à la température T_l	[J.kg ⁻¹]
λ_g	Conductivité thermique effective du sol	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
λ_s	Conductivité thermique du support	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
ρ	Densité apparente du sol	[kg.m ⁻³]
ρ_∞	Réflectance d'une canopée dense	[]
ρ_a	Masse volumique de l'air	[kg.m ⁻³]
ρ_g	Réflectance du sol	[]
ρ_s	Gravité spécifique des particules	[kg.m ⁻³]
ρ_t	Réflectance du tissu des feuilles	[]
$(\rho C)_a$	Capacité calorifique spécifique de l'air	[J.m ⁻³ .K ⁻¹]
$(\rho C)_g$	Capacité calorifique spécifique du sol	[J.m ⁻³ .K ⁻¹]
$(\rho C)_p$	Capacité calorifique spécifique des feuilles	[J.m ⁻³ .K ⁻¹]
$(\rho C)_s$	Capacité calorifique spécifique du support	[J.m ⁻³ .K ⁻¹]
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	[J.m ⁻³ .K ⁻¹]
τ_t	Facteur de transmission du tissu des feuilles	[]
ϕ_{pg}	Facteur de forme gris pour l'échange radiatif entre les feuilles et le sol.	[]
ϕ_{ps}	Facteur de forme gris pour l'échange radiatif entre les feuilles et la voûte céleste	[]
φ_{rdsol}	Radiation solaire absorbée par les feuilles	[W.m ⁻²]
φ_s	Radiation solaire arrivant au sommet de la canopée	[W.m ⁻²]
φ_{sol}	Radiation solaire arrivant au sommet de la toiture ordinaire	[W.m ⁻²]
φ_{trpa}	Flux d'énergie dû à la transpiration des feuilles	[W.m ⁻²]
φ_{vapag}	Flux de vapeur entre l'air de la canopée et la face supérieure du sol	[kg.m ⁻²]
φ_{vapam}	Flux de vapeur entre l'air de la canopée et l'air ambiant	[kg.m ⁻²]

φ_{vapap}	Flux de vapeur dû à la transpiration des feuilles	[kg.m ⁻²]
ψ	Potentiel total d'eau en équilibre avec la vapeur	[m]
w	Humidité volumétrique du sol	[]
w_{fc}	Humidité volumétrique à la capacité du terrain	[]
w_{wp}	Humidité volumétrique au point de fanaison	[]

LISTE DES FIGURES

Figure.I.1 : Représentation schématique d'un modèle.....	4
Figure I.2 : Exemple de graphe de Morris. Les facteurs influents linéairement ont une grande moyenne et un faible écart-type. Les facteurs qui sont importants de manière non-linéaire ont un fort écart-type.	5
Figure.I.3: Eléments à annuler du vecteur <i>TFG</i>	13
Figure.II.1: Interface graphique du GoSAT	17
Figure.II.2 : Champs de l'interface graphique de GoSAT.....	19
Figure.II.3 : Interface graphique du GoSAT exécutable	21
Figure.II.4 : Modèle d'initialisation de GoSAT.....	26
Figure.II.5.(a,b,c) : Résultats de l'application de GoSAT – Méthode de Morris sur la fonction de Sobol à dix paramètres	27
Figure.II.6.a : Identification des spectres des paramètres les plus influents du modèle de Sobol	28
Figure.II.6.b : Deuxième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur la figure principale	28
Figure.II.6.c : Troisième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les deux premiers plans	28
Figure.II.6.d : Quatrième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les trois premiers plans	28
Figure.II.6.e : Cinquième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les quatre premiers plans	29
Figure.II.6.f : Sixième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les cinq premiers plans	29
Figure.II.6.g : Septième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les six premiers plans	29
Figure.II.6.h : Huitième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les sept premiers plans	29
Figure.II.6.i : Neuvième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les huit premiers plans	30
Figure.II.7.a : Comparaison des résultats données par la fonction de sobol et son métamodèle associé	31
Figure.II.7.b : Mise en évidence de la précision de la prédiction fournie par le métamodèle par rapport à celle donnée par le modèle original	31

Figure.II.8.a: Ordre de prépondérance des paramètres les plus influents linéairement du modèle de Sobol	31
Figure.II.8.b: Ordre de prépondérance des interactions doubles les plus influents du modèle de Sobol.....	32
Figure.III.1: Schéma de la coupe d'une toiture végétalisée.....	34
Figure.III.2: Schéma de la coupe de la toiture ordinaire considérée.	34
Figure III.3: Schéma descriptif d'une toiture végétalisée.....	35
Figure III.4: Schéma descriptif des échanges thermiques et massique au niveau de la toiture	37
Figure III.5: Schéma électrique équivalent aux transferts thermiques et massique au niveau du toit vert	38
Figure III.6: Schéma descriptif des échanges thermiques au niveau d'un toit en béton ordinaire	51
Figure.III.7: Schéma électrique équivalent aux transferts thermiques au niveau d'un toit en béton ordinaire	52
Figure III.8 : Evolution dans le temps de la température de la face supérieure du toit ordinaire et celle du support de la toiture végétalisée en fonction des données météorologiques à Antananarivo	55
Figure III.9: Ecart de température entre la face supérieure du toit ordinaire et la face supérieure du support de la toiture végétalisée	56
Figure III.10 : Evolution dans le temps de la température de la face supérieure du toit ordinaire et celle du support de la toiture végétalisée en fonction des données météorologiques à Majunga	56
Figure.III.11: Ecart de température entre la face supérieure du toit ordinaire et la face supérieure du support de la toiture végétalisée	57
Figure.III.12.(a,b,c,d,e,f,g,h): Mise en évidence des effets individuels des paramètres du modèle sur l'écart de température observée entre la face supérieure de la toiture végétalisée et la face supérieure de la toiture ordinaire	62-63
Figure.III.13.a: Identification des deux premiers paramètres les plus influents du modèle	64
Figure.III.13.b: Deuxième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur le premier plan.....	64
Figure.III.13.c: Troisième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les deux premiers plans	65
Figure.III.13.d: Quatrième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les trois premiers plans	65
Figure.III.13.e: Cinquième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les quatre premiers plans	65

Figure.III.13.f: Sixième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les cinq premiers plans	66
Figure.III.13.g: Septième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les six premiers plans.....	66
Figure.III.13.h: Huitième et dernier plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les plans précédents	66
Figure.III.14.: Comparaison des prédictions de l'écart de température entre les toits, données par le modèle original et le métamodèle associé.....	67
Figure.III.15.: Mise en évidence de la précision de la prédiction de la sortie observée fournie par le métamodèle par rapport à celle donnée par le modèle original.....	67
Figure.III.16 : Ordre de prépondérance des paramètres les plus influents du modèle par rapport à l'écart de température entre les deux types de toitures.....	68
Figure.III.17 : Ordre de prépondérance des interactions doubles les paramètres du modèle de la toiture végétalisée en couche mince par rapport à l'écart de température entre les deux types de toitures.	68
Figure.III.18.(a,b,c,d,e,f,g) : Mise en évidence des effets individuels des paramètres du modèle sur l'écart de température observée entre la face supérieure de la toiture végétalisée et la face supérieure de la toiture ordinaire en période nocturne	70-71
Figure.III.19.a: Identification des deux premiers paramètres les plus influents du modèle	73
Figure.III.19.b: Deuxième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur le premier plan	73
Figure.III.19.c: Troisième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les deux premiers plans	74
Figure.III.19.d: Quatrième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les trois premiers plans	74
Figure.III.20: Comparaison des prédictions de l'écart de température entre les toits, données par le modèle original et le métamodèle associé.....	75
Figure.III.21: Mise en évidence de la précision de la prédiction de la sortie observée fournie par le métamodèle par rapport à celle donnée par le modèle original.....	75
Figure.III.22: Ordre de prépondérance des paramètres les plus influents du modèle par rapport à l'écart de température entre les deux types de toitures.	75
Figure.III.23: Ordre de prépondérance des interactions doubles des paramètres du modèle de la toiture végétalisée en couche mince par rapport à l'écart de température entre les deux types de toitures.	76

LISTE DES TABLEAUX

Tableau.II.1: Disposition des données à charger par GoSAT-Matlab	20
Tableau.II.2 : Disposition des données pour l'analyse de Morris avec GoSAT-Executable....	22
Tableau.II.3 : Disposition des données pour l'analyse avec la méthode FAST avec GoSAT-Executable (exemple avec un modèle à 11 paramètres).....	24
Tableau.II.4: Paramètres d'entrée du modèle de Sobol	25
Tableau.II.5: Paramètre du système et fréquences associées	26
Tableau III.1: Valeur du coefficient d'extinction pour le rayonnement GLO	41
Tableau.III.2: Données utilisées pour les simulations.....	55
Tableau III.3.a: Constantes physiques.....	58
Tableau.III.3.b: Paramètres géométriques et thermophysiques de la canopée et de l'air de la canopée.....	58
Tableau.III.3.c: Paramètres issue de la culture de référence (tomate)	59
Tableau III.3.d: Paramètres géométriques et thermophysique du sol	59
Tableau III.3.e: Paramètres géométriques du toit.....	60
Tableau III.3.f: Paramètres géométriques et thermo physiques du support	60
Tableau III.3.g: Paramètres divers	61
Tableau III.4: Paramètres du modèle du toit vert et de la toiture ordinaire et fréquences associées en période diurne	63
Tableau III.5: Paramètres du modèle du toit vert et de la toiture ordinaire et fréquences associées en période nocturne	72

LISTE DES ACRONYMES

FAST: Fourier Analysis Sensitivity Test

FFT: Fast Fourier Transform

GoSAT: Global Sensitivity Analysis Tool

INTRODUCTION

L'analyse de sensibilité observe la sortie (ou réponse) d'un modèle par rapport aux variations des différents facteurs et quantifie leurs influences sur le modèle. Elle permet d'améliorer la compréhension du comportement du modèle en étudiant l'effet de chaque facteur sur la sortie, et la cohérence entre le modèle et le système qu'il représente [1]. D'après Saltelli [2], les résultats de l'analyse de sensibilité peuvent : fournir des éléments pour approfondir l'étude des paramètres les plus influents sur la réponse du modèle, aider à simplifier le modèle en négligeant les paramètres les moins influents du modèle, donner des arguments pour faciliter la prise de décision.

Il existe plusieurs méthodes d'analyse de sensibilité selon le domaine d'application et le niveau de complexité du système. On trouve principalement deux catégories de méthode telles que les méthodes d'analyse de sensibilité locale, et les méthodes d'analyse de sensibilité globale. Les méthodes d'analyse locale sont basées sur la recherche d'un indice de sensibilité représentant les variations d'une sortie du modèle suite à une variation mineure d'un paramètre d'entrée. Modifiant uniquement la valeur d'un paramètre d'entrée à la fois, les méthodes d'analyse de sensibilité locale ne couvrent qu'une partie de l'espace d'entrée, en excluant ainsi toute interaction entre paramètres. Ces méthodes sont simples et rapides, mais s'avèrent insuffisantes pour caractériser la sensibilité des modèles complexes, d'où le recours aux méthodes d'analyse de sensibilité globale [1].

L'analyse de sensibilité globale permet de quantifier l'influence des différents paramètres d'entrée sur la variabilité de la réponse d'un modèle numérique. Elle permet de déterminer les variables qui contribuent le plus à la variabilité de la réponse du modèle, les variables les moins influentes et les variables qui interagissent avec les autres. Ces méthodes prennent en compte la densité de probabilité de chaque variable d'entrée et traitent la variation de tous les paramètres simultanément [1]. Pour cela, les méthodes d'analyse de sensibilité globale, comme les méthodes : Fourier amplitude sensitivity test (FAST) [3], extended Fourier amplitude sensitivity test (EFAST) [4], random balance design (RBD) [5], Ishigami-Saltelli-Homma-method (HIS) [6] ou l'algorithme de Sobol [7] sont plus ou moins complexes à employer.

L'objectif de ce travail est de proposer un algorithme d'automatisation de la méthode d'analyse de sensibilité globale FAST. Ce qu'on attend de cet algorithme serait de générer automatiquement l'ordre d'influence des facteurs et l'expression du métamodèle associé au modèle étudié en utilisant le code informatique du modèle étudié, les noms des facteurs du modèle puis les valeurs nominales et les gammes de variation de ces facteurs. Il est important de préciser que le métamodèle est une approximation polynomiale du modèle du système complexe étudié, et simplifie ainsi son expression dans les gammes restreintes de variation des facteurs au sein desquelles le métamodèle a été obtenu.

Pour faciliter l'usage de l'algorithme susmentionné, il est nécessaire de concevoir un outil numérique d'analyse de sensibilité muni d'une interface graphique et basé sur cet algorithme d'automatisation. Sachant qu'un grand nombre de modèle de système complexe est sous environnement Matlab, il convient d'élaborer cet outil avec le langage informatique Matlab. Mais afin de ne pas limiter son utilisation aux seuls usagers de Matlab, une version exécutable sous le système d'exploitation Windows sera suggérée. En outre, avant un quelconque emploi de l'outil proposé, il est utile de procéder au test de performance et à la validation de ce dernier par le biais de la fonction de Sobol. En effet, les résultats de l'emploi

de l'outil sur la fonction de Sobol permettront de valider et de confirmer son efficacité mais aussi celle de l'algorithme proposé.

Par ailleurs, dans l'optique de l'amélioration du confort thermique dans les pays tropicaux, le but de ce mémoire est de mettre au point le code de calcul modélisant le système de toit vert et celui du système de toit ordinaire en béton, de comparer ensuite le comportement de ces deux types de toiture en période diurne et nocturne. L'outil numérique d'analyse de sensibilité proposé étant testé. L'application de ce dernier sur le modèle du toit vert permettra d'identifier les facteurs influents et d'améliorer ainsi le confort thermique du toit vert.

Ce mémoire se divise en trois chapitres.

- Le premier est consacré aux procédés d'automatisation de la méthode FAST.
- Le second présente l'outil numérique d'analyse de sensibilité développé, baptisé GoSAT (Global Sensitivity Analysis Tool) et les étapes nécessaires pour son application.
- Le troisième et dernier chapitre est réservé à la comparaison du comportement du toit vert par rapport à un toit ordinaire en béton en période diurne et nocturne et à l'analyse de sensibilité avec l'outil GoSAT du modèle du toit vert.

Chapitre I

ALGORITHME D'AUTOMATISATION DE LA METHODE FAST

I.1.DÉFINITIONS UTILES

- Un **modèle** est une expression mathématique de fait physique réel se traduisant généralement par un programme informatique à plusieurs variables d'entrées, fournissant en réponse une ou plusieurs sorties quantitatives. Un modèle prévoit le comportement d'un phénomène physique sous l'effet d'un stimulus connu.

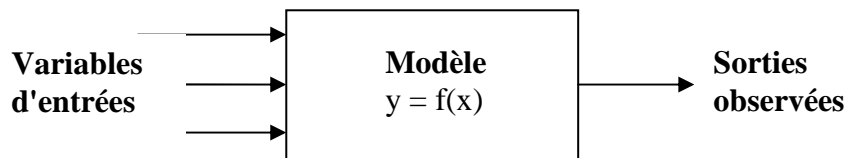


Figure.I.1 : Représentation schématique d'un modèle

x: Variables d'entrées du modèle

y: Sortie ou réponse du modèle

Les variables d'entrées peuvent prendre des valeurs continues ou discrètes et être des sollicitations (varient au cours du temps) ou des constantes (valeur constante au cours du temps).

- **Les facteurs d'entrées ou facteurs** sont l'ensemble des variables d'entrées du modèle, incluant les sollicitations et les constantes
- **Normalisation:** Le fait de transformer le facteur X_i en une variable adimensionnée $x_i \in [-1,1]$ par exemple. Dans ce cas, si $X \in [a, b]$, la normalisation se fait de la façon suivante :
On calcule : $u_i = (a+b)/2$ et $v_i = (b-a)/2$,
D'où on déduit $x_i = (X_i - u_i)/v_i$

I.2. METHODES D'ANALYSE DE SENSIBILITE ET AUTOMATISATION

Il est important de préciser que le but de ce mémoire est de proposer un algorithme d'automatisation de la méthode FAST. Toutefois, il est utile d'appliquer une méthode d'analyse de sensibilité locale telle la méthode de screening de Morris au modèle étudié afin de connaître au préalable les facteurs les moins influents de ce dernier. Pour cela, un procédé d'automatisation de la méthode de screening de Morris sera aussi présenté.

I.2.1. Automatisation de la méthode de screening de Morris

I.2.1.1. Description de la méthode screening de Morris

La méthode de Morris consiste à évaluer les différentes sensibilités *locales* d'un modèle pour différents points de l'espace des facteurs. Ainsi, pour chaque jeu de facteurs normalisés (voir §I.1) considéré $x_{(r)} = [x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rp}]$, est évalué le vecteur $\overrightarrow{gradY}|_{x=x_{(r)}}$. On obtient alors une matrice de sensibilité de dimensions $r \times p$ [8]:

$$\begin{bmatrix} d_1^{(1)} & d_2^{(1)} & \dots & d_i^{(1)} & \dots & d_p^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_1^{(j)} & d_2^{(j)} & \dots & d_i^{(j)} & \dots & d_p^{(j)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_1^{(r)} & d_2^{(r)} & \dots & d_i^{(r)} & \dots & d_p^{(r)} \end{bmatrix} \quad (I.1)$$

où $d_i^{(j)}$ est une estimation grossière de $\frac{\partial y}{\partial x_i}|_{x=x_j}$ pour le jeu de facteurs n°j. Le choix des r jeux de facteurs doit assurer une bonne couverture de l'espace des facteurs. Ensuite, sont calculés la moyenne μ_i et l'écart-type σ_i de chaque colonne qui sont les coordonnées de chaque facteur dans le plan de Morris. Le graphe ainsi obtenu, renseigne sur l'importance globale du facteur (figure I.2)

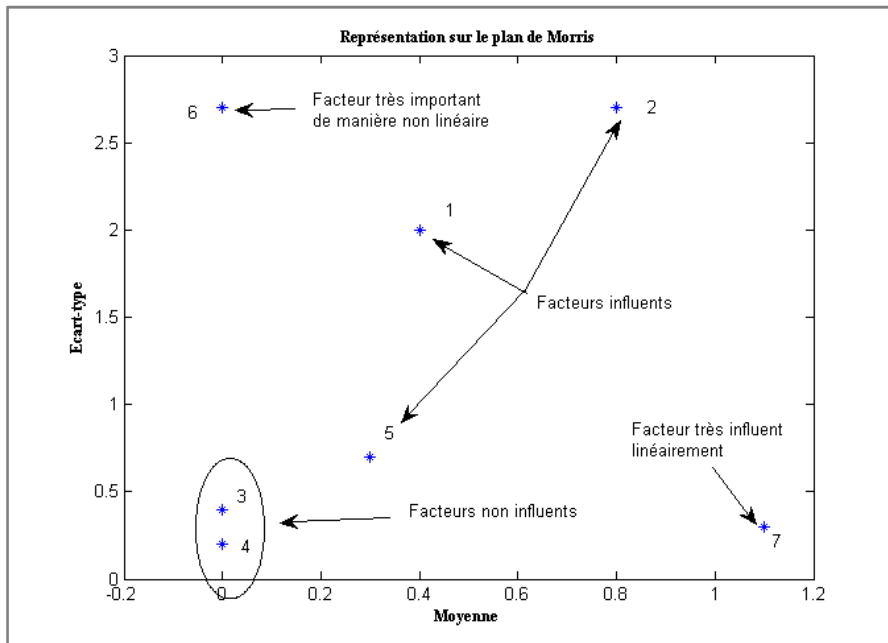


Figure I.2: Exemple de graphe de Morris. Les facteurs influents linéairement ont une grande moyenne et un faible écart-type. Les facteurs qui sont importants de manière non-linéaire ont un fort écart-type.

La méthode originale évalue les sensibilités locales par la méthode des différences finies (un facteur à la fois OAT), l'idée étant de mesurer le degré de non linéarité de la relation entre la sortie et les entrées. De ce fait, une estimation grossière des dérivées est obtenue. Ainsi, afin d'assurer une bonne couverture de l'espace des facteurs, la méthodologie originale consiste dans un premier temps à associer à chaque facteur un ensemble de k valeurs (discrètes) dans leur intervalle de variation. Ensuite, r combinaisons de facteurs sont générées (prenant les valeurs discrètes fixées initialement) et pour chaque combinaison, p simulations sont effectuées en modifiant un facteur à la fois [9]. La sensibilité (~locale) est alors évaluée de la manière suivante :

$$d_i^{(j)} = \frac{Y(x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{ji} + \Delta x_i^{(j)}, x_{j(i+1)}, \dots, x_{jp}) - Y(x_{(j)})}{\Delta x_i^{(j)}} \quad (I.2)$$

Notons que la méthode de Morris ne permet pas de grouper les facteurs par ordre d'influence.

I.2.1.2 Procédé d'automatisation de la méthode de Morris

Le procédé suivant facilite l'utilisation de la méthode de Morris décrit précédemment. Il est un exemple de mise en œuvre de cette dernière produisant au final le plan de Morris.

Les points suivants montrent les grandes lignes de ce procédé.

- 1) Génération d'une matrice de taille $(p+1) \times p$ telles que deux lignes ne diffèrent que d'un seul élément.
- 2) Réalisation de p simulations avec le modèle en modifiant un facteur à la fois.
- 3) Evaluation des éléments de la matrice de sensibilité (équation I.1)
- 4) Reprise de l'opération jusqu'à ce que le nombre de répétition r soit atteint
- 5) Schématisation du plan de Morris

NB : L'algorithme détaillé est à voir en annexe.

I.2.2. Automatisation de la méthode FAST

I.2.2.1. Description de la méthode FAST

La méthode suivante est une méthode issue de la méthode FAST proposée par Thierry Mara [10]. Elle est, comme toutes les dérivées de la méthode FAST, basée sur la théorie mathématique de traitement de signal et d'analyse de Fourier. Il convient de noter au passage qu'une description succincte de la base de démarche de cette méthode sera présentée [11].

Considérons un modèle à p facteurs $\{x_1, x_2, \dots, x_h, \dots, x_p\}$ et dont la sortie notée y s'écrit

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_h, \dots, x_p) \quad (\text{I.3})$$

Chaque facteur x_h possède une plage de variation p_h définie préalablement, telle que

$$R_h = [L_h, U_h] \quad \text{et} \quad L_h \leq x_h \leq U_h \quad \text{avec } h = 1 \text{ à } p \quad (\text{I.4})$$

Soient $\{x_1^0, x_2^0, \dots, x_h^0, \dots, x_p^0\}$ les valeurs nominales (ou valeurs de base) respectives des p facteurs du modèle. La réponse de ce modèle par rapport à ces valeurs nominales s'écrit :

$$y_0 = f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_h^0, \dots, x_p^0) \quad (\text{I.5})$$

Par la suite, le terme "réponse nominale" sera utilisé pour désigner y_0 .

Pour chaque facteur x_h ($h = 1$ à p), définissons un intervalle restreint I_h^* de largeur $2\delta_h$ centré sur sa valeur nominale x_h^0 et inclus dans sa plage de variation P_h ; c'est-à-dire :

$$I_h^* = [x_h^0 - \delta_h, x_h^0 + \delta_h] \quad \text{et} \quad L_h + x_h^0 < \delta_h < U_h - x_h^0 \quad \text{avec } h = 1 \text{ à } p \quad (\text{I.6})$$

En exécutant, avec ce modèle un nombre N_s de simulations, tels que tous les facteurs x_h ($h= 1$ à p) oscillent simultanément de manière discrète dans leurs intervalles restreints respectifs de variation I_h^* , la sortie y^* du modèle aura autant de valeurs. Compte tenu des propriétés citées plus haut de ces intervalles restreintes I_h^* , il est légitime de prendre y_0 comme référence des N_s valeurs de la réponse y^* . Ainsi, nous avons :

$$y^* = f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_h^*, \dots, x_p^*) \quad (I.7)$$

qui peut s'écrire encore:

$$y^* = y_0 + g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_h^*, \dots, x_p^*) \quad (I.8)$$

dans lesquelles,

x_h^* : valeurs prises par le facteur x_h oscillant dans son intervalle restreint I_h^* ($h=1$ à p)

g : modèle virtuel à p facteurs générant l'écart entre y_0 et chaque valeur de y^*

Si la demi-largeur δ_h de l'intervalle restreint I_h^* de variation de chaque facteur x_h est suffisamment petit par rapport à sa plage totale de variation P_h , il est plausible que les N_s valeurs de la sortie y^* s'écartent peu de y_0 . Autrement dit, les N_s valeurs de la sortie ($y^* - y_0$) du modèle virtuel g sont presque de petites valeurs. Tout se passe alors comme si la vibration de chaque facteur x_h autour de sa valeur nominale engendre, à la sortie du modèle f , un bruit sur la réponse nominale y_0 de celui-ci.

Aussi, en marge des définitions soutenues dans la littérature, pouvons-nous également avancer que l'analyse de sensibilité du modèle f considéré consiste en l'évaluation de l'effet de bruitage généré par chacun de ses p facteurs pour corrompre sa réponse nominale y_0 lorsque ceux-ci vibrent simultanément dans leurs intervalles restreints respectifs de variation.

Il est donc de mise de savoir lesquels de ces facteurs occasionnent le plus de bruit au niveau de cette sortie nominale y_0 . Cela revient à discerner parmi ces facteurs, ceux qui, soit par leur action individuelle soit par leur action avec les autres, sont susceptibles de maximiser la valeur absolue de la sortie du modèle virtuel g et ceux qui ne le sont pas.

Le terme "virtuel" a été employé pour qualifier le modèle g du fait que, contrairement au cas du modèle f original, on ignore a priori sa forme et son mécanisme; c'est-à-dire que g est une boîte noire.

Ainsi, la démarche pour l'analyse de sensibilité du modèle f commence par approcher le modèle virtuel g en un modèle de forme polynomiale à plusieurs variables. En effet, la forme polynomiale permet d'obtenir sans équivoque l'information sur l'importance de l'effet d'un facteur donné sur la sortie observée. Cette démarche s'oriente subséquemment à l'analyse de régression du métamodèle (ou surface de réponse) ainsi obtenu.

Sachant que la sortie de g caractérise des bruits, il est commode de transformer ses entrées en variables standardisées, c'est-à-dire, comprise entre [-1, +1]. De plus, une fois que les variables sont standardisées, nous pouvons aisément comparer les coefficients de régression du métamodèle qui renseigne sur l'importance d'un facteur quelconque associé à l'une de ces variables. La standardisation s'opère à l'aide du changement de variable ci-après:

$$\langle x_h \rangle = \frac{(x_h^* - x_h^0)}{\delta_h} \quad \text{avec } h = 1 \text{ à } p \quad (\text{I.9})$$

Dans notre étude, nous avons introduit un coefficient de proportionnalité α_p [%] entre la demi-largeur δ_h de l'intervalle restreint I_h^* et la largeur de la plage totale P_h de variation du facteur x_h tel que

$$\delta_h = \frac{\alpha_p (U_h - L_h)}{100} \quad \text{avec } h = 1 \text{ à } p \quad (\text{I.10})$$

En conséquence, le métamodèle ou surface de réponse du modèle f peut s'écrire comme suit:

$$\begin{aligned} y^* = y_0 &+ \sum_{h=1}^p \beta_h \langle x_i \rangle + \sum_{h=1}^p \sum_{\substack{h'=1 \\ h' \leq i}}^p \beta_{hh'} \langle x_h \rangle \langle x_{h'} \rangle \\ &+ \sum_{h=1}^p \sum_{\substack{h'=1 \\ h' \leq i}}^p \sum_{\substack{h''=1 \\ h'' \leq j}}^p \beta_{hh'h''} \langle x_h \rangle \langle x_{h'} \rangle \langle x_{h''} \rangle + \dots \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

Les coefficients de régression du 1^{er} ordre β_h , du 2^{eme} ordre $\beta_{hh'}$ et du 3^{eme} ordre $\beta_{hh'h''}$ (ainsi que ceux du 4^{eme} ordre, 5^{eme} ordre, etc.) sont déterminés à l'aide d'un algorithme de régression non-linéaire. Cependant, il convient de se limiter généralement au 3^{eme} ordre pour les deux raisons ci-après: premièrement, les contraintes de capacité informatique ne permettent pas de déterminer un nombre trop élevé de coefficients; et deuxièmement, les

termes polynomiaux supérieurs à l'ordre 3 sont généralement insignifiants du fait que les variables standardisées $\langle x_h \rangle$ sont comprises entre [-1, +1].

Par ailleurs, les termes restants peuvent encore être affinés en négligeant également les termes n'ayant aucune influence significative sur la sortie observée de ce modèle. Il s'impose alors de trouver une méthode permettant d'identifier les termes non négligeables qui constituent conséquemment la forme définitive du métamodèle. C'est dans ce cadre qu'interviennent les méthodes FAST.

En effet, la méthode FAST (Fourier Amplitude Sensitivity Test), qui a été développée pour la première fois par Cukier , consiste dans un premier temps à paramétrer l'échantillonnage des différents facteurs à l'aide d'une variable commune s , de sorte que chacun d'eux décrive une fonction périodique G_h caractérisée par une fréquence w_h ; le choix de la fonction périodique étant fait afin d'assurer une bonne couverture de l'espace des facteurs. Ainsi, l'évolution du facteur x_h^* peut s'exprimer de la manière suivante:

$$x_h^* = G_h(\sin(W_h S)) \quad (\text{I.12})$$

pour l'application de FAST à l'analyse de régression, il est d'usage de faire évoluer les facteurs, d'une simulation à une autre, suivant une sinusoïde dans leurs intervalles restreints respectifs de variation, telle que $G_h(x) = x_h^0 + \delta_h x$. Ainsi, nous avons:

$$x_h^{*k} = x_h^0 + \delta_h \sin(w_h s^k) \text{ avec } s^k = \frac{2\pi k}{N_s} \quad (\text{I.13})$$

ou k désigne le numéro de simulation ($k = 1$ à N_s) et w_h est la fréquence associée au facteur x_h ($h = 1$ à p).

A partir de la relation de standardisation **(I.9)** et de l'équation **(I.12)**, nous pouvons écrire :

$$\langle x_h \rangle = \sin(w_h s) \quad (\text{I.14})$$

En injectant les expressions respectives de $\langle x_h \rangle$, $\langle x_{h'} \rangle$, $\langle x_{h''} \rangle$ dans le métamodèle **(I.11)**, nous obtenons :

$$\begin{aligned} y^* = y_0 &+ \sum_{h=1}^p \beta_h \cdot \sin(w_h s) + \sum_{h=1}^p \sum_{\substack{h'=1 \\ h' \leq h}}^p \frac{\beta_{hh'}}{2} [-\cos((w_h + w_{h'})s) + \cos((w_h - w_{h'})s)] + \\ &\sum_{\substack{h=1 \\ h' \leq h}}^p \sum_{\substack{h''=1 \\ h'' \leq h'}}^p \frac{\beta_{hh'h''}}{4} [-\sin((w_h + w_{h'} + w_{h''})s) + \sin((w_h + w_{h'} - w_{h''})s) + \\ &\sin((w_h - w_{h'} + w_{h''})s) + \sin((-w_h + w_{h'} + w_{h''})s)] \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

Le métamodèle est donc une somme des fonctions trigonométriques décomposables chacune en série de Fourier. Eu égard à la forme de cette équation et en vertu du théorème mathématique stipulant que :

- les coefficients de Fourier de la somme de deux fonctions données sont la somme de leurs coefficients de Fourier respectifs.
- Les coefficients de Fourier produit d'un scalaire avec une fonction donnée sont le produit de ce scalaire aux coefficients de Fourier de cette fonction.

Nous pouvons déduire que les coefficients de régression du métamodèle sont proportionnels aux coefficients de Fourier.

il s'en suit que plus le coefficient de Fourier relatif à une fréquence originale donnée est élevé, plus important est l'effet de corruption causé par le facteur associé à cette fréquence sur la réponse nominale du modèle analysé. Ainsi, l'identification de la forme définitive du métamodèle se réalise par comparaison des coefficients de Fourier relatifs à la sortie.

En faisant usage de l'algorithme récursif, connu sous l'acronyme FFT (Fast Fourier Transform) et développé par Cooley et Tukey [12], pour calculer les coefficients de Fourier relatifs aux N_s valeurs de la réponse y^* du modèle étudié, il nous est possible de produire la représentation spectrale de cette dernière afin d'y déceler ensuite toutes les fréquences (fondamentales ou engendrées) caractérisées par des pics dominants sur l'étendue du spectre. Ainsi s'obtiennent les termes significatifs constituant la forme finale du métamodèle dont les coefficients de régression peuvent, par la suite, être déterminés à l'aide d'un algorithme spécifique à cet effet.

I.2.2.2. Procédé d'automatisation de la méthode FAST

Le procédé d'automatisation de la méthode FAST est une présentation détaillée des étapes à suivre pour aboutir à une comparaison des effets linéaires et des effets d'interactions des paramètres, et générer automatiquement la surface de réponse ou le métamodèle relatant la relation facteur/sortie d'un modèle donné.

Soit les étapes suivantes :

- 1) Attribuer les fréquences w_h aux facteurs x_h ($h = 1$ à p).
- 2) Donner les valeurs nominales x_h^0 ($h = 1$ à p) des facteurs, la gamme de variation R_h de chaque facteur, le coefficient de proportionnalité α_p ($\in] 0, 100 [$) et un nombre N_t qui limite le nombre de fréquence détecté par représentation spectrale.
- 3) Faire une simulation pour obtenir la valeur de la réponse nominale y_0 du modèle étudié, en utilisant les valeurs nominales x_h^0 de l'étape 2).
- 4) Donner le nombre N_s de simulation nécessaires tout en respectant le théorème de Shannon tel que $N_s \geq 2 * MAX(w_h)|_{h=1 \text{ à } p}$.
- 5) Evaluer la demi-longueur δ_h de l'intervalle restreint I_h^* de chaque facteur x_h (équation I.10).
- 6) Réaliser les N_s simulations y^* avec le modèle de sorte que chaque facteur décrive d'une simulation à l'autre une fonction sinusoïdale autour de sa valeur nominale (équations I.7 et I.13).

D'où, pour N_s simulations:

$$y_k^* = f(x_1^{*k}, x_2^{*k}, \dots, x_h^{*k}, \dots, x_p^{*k})$$

$$\text{avec } x_h^{*k} = x_h^0 + \delta_h \sin(w_h s_k), s_k = \frac{2\pi k}{N_s}, k = 0 \text{ à } N_s$$

- 7) Initialiser comme vide les éléments suivants:
 - a. Un vecteur H_q qui stocke les numérotations des facteurs les plus influents associés aux fréquences fondamentales.
 - b. Une matrice à 2 colonnes H_m qui stocke les numérotations des doublets de facteur les plus influents associés aux interactions d'ordre 1 entre deux facteurs.

- c. Une matrice à 3 colonnes H_m qui stocke les numérotations des triplets de facteur les plus influents associés aux interactions d'ordre 2 entre trois facteurs.

- 8) Initialiser le métamodèle \tilde{y} tel que: $\tilde{y}_k = y_o$ où $k = 0$ à N_s ;
- 9) Calculer le "model virtuel" g qui génère la différence entre chaque valeur de \tilde{y} et chaque valeur de y^* :

$$g_k = y_k^* - \tilde{y}_k \text{ pour } k = 0 \text{ à } N_s$$

- 10) En faisant usage de l'algorithme récursif, connu sous l'acronyme FFT (Fast Fourier Transform) et développé par Cooley et Tukey, calculer les coefficients de Fourier relatifs aux N_s valeurs du modèle virtuel g . Cela étant car les amplitudes de Fourier associées aux fréquences fondamentales ou engendrées sont proportionnelles aux coefficients de régression du métamodèle.

D'où à évaluer l'expression TFG suivante:

$$TFG = \frac{|FFT(g)|}{N_s}$$

- 11) Parmi les N_s valeurs de TFG, annuler ceux ne constituant pas un pic; c'est-à-dire les points TFG_k ($k=0$ à N_s) tel que:

- $TFG_{k-1} < TFG_k < TFG_{k+1}$ (Figure.I.3 (a))
- $TFG_{k+1} < TFG_k < TFG_{k-1}$ (Figure.I.3 (b))
- $TFG_k < TFG_{k-1}$ et $TFG_k < TFG_{k+1}$ (Figure.I.3 (c))

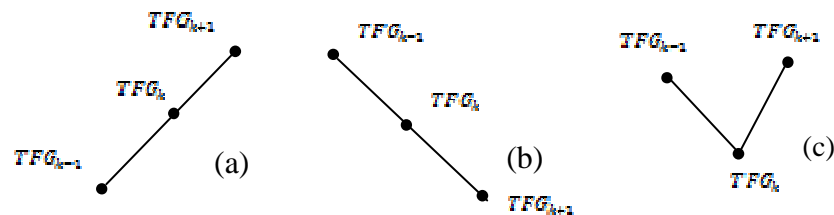


Figure.I.3: Eléments à annuler du vecteur TFG

- 12) Les spectres étant symétriques, les $E(\frac{N_s}{2})$ simulations suffisent pour mener l'étude de sensibilité. (E : partie entière)
- 13) Seules les fréquences associées aux N_t (ou inférieur à N_t) plus grandes valeurs de TFG seront considérées pour chaque représentation spectrale.

14) Soit h ($h = 1, 2, \dots, p$) les numérotations des facteurs du modèle. Parmi les fréquences considérées, trouver celles qui éventuellement sont égales aux:

- Fréquences fondamentales w_h ($h \in [1, p]$) données à l'étape (1), et ajouter aux éléments du vecteur H_q (initialisé à l'étape 7.a) les numérotations h des facteurs associés aux fréquences ainsi détectées.
- Fréquences induites d'ordre 2: ($w_{h'} + w_{h''}$) et $|w_{h'} - w_{h''}|$; et ajouter à la prochaine ligne du vecteur H_m (initialisé à l'étape 7.b) le doublet de numérotation (h', h'') des facteurs associés aux fréquences détectées.
- Fréquences induites d'ordre 3; Les quatre fréquences suivantes devront être détectées à la fois: ($w_{h'''} + w_{h^{iv}} + w_{h^v}$), $|w_{h'''} - w_{h^{iv}} + w_{h^v}|$, $|w_{h'''} + w_{h^{iv}} - w_{h^v}|$, $|w_{h'''} - w_{h^{iv}} - w_{h^v}|$. Et ajouter à la prochaine ligne du vecteur H_n (initialisé à l'étape 7.c) le triplet de numérotation (h''', h^{iv}, h^v) des facteurs associés aux fréquences détectées.

15) Déterminer les coefficients de régression α, β, γ , en minimisant $(y^* - \tilde{y})$ avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt [19]. Telle que l'expression du métamodèle \tilde{y} s'écrit:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_k = y_0 + \sum_{i=1}^{N_{H_q}} \alpha_i < x(H_q(i)) >_k + \sum_{i=1}^{N_{H_m}} \beta_i < x(H_m(i, 1)) >_k < x(H_m(i, 2)) >_k \\ + \sum_{i=1}^{N_{H_n}} \gamma_i < x(H_n(i, 1)) >_k < x(H_n(i, 2)) >_k < x(H_n(i, 3)) >_k \end{aligned}$$

avec:

N_{H_q} : Nombre d'élément du vecteur H_q

N_{H_m} : Nombre de ligne de la matrice H_m

N_{H_n} : Nombre de ligne de la matrice H_n

et :

$$< x(H_q(i)) >_k = \sin(w(H_q(i)) * s_k)$$

$w(H_q(i))$: Fréquence associée au facteur $N^\circ H_q(i)$

$$< x(H_m(i, 1)) >_k = \sin(w(H_m(i, 1)) * s_k)$$

$w(H_m(i, 1))$: Fréquence associée au facteur $N^\circ H_m(i, 1)$

$$< x(H_m(i, 2)) >_k = \sin(w(H_m(i, 2)) * s_k)$$

$w(H_m(i, 2))$: Fréquence associée au facteur $N^\circ H_m(i, 2)$

$$< x(H_n(i, 1)) >_k = \sin(w(H_n(i, 1)) * s_k)$$

$w(H_n(i, 1))$: Fréquence associée au facteur $N^\circ H_n(i, 1)$

$$< x(H_n(i, 2)) >_k = \sin(w(H_n(i, 2)) * s_k)$$

$w(H_n(i, 2))$: Fréquence associée au facteur $N^\circ H_n(i, 2)$

$$< x(H_n(i, 3)) >_k = \sin(w(H_n(i, 3)) * s_k)$$

$w(H_n(i, 3))$: Fréquence associée au facteur factor $N^\circ H_n(i, 3)$

où:

$$s_k = \frac{2\pi k}{N_s}, k = 0 \text{ à } N_s$$

La fonction "lsqnonlin" de Matlab pourra être utilisé pour calculer les coefficients de régression.

16) Tracer les spectres et montrer sur la représentation spectrale les fréquences détectées à l'étape (14) en utilisant les propriétés de la fonction "annotation" de Matlab.

17) Calculer la nouvelle valeur de la fonction virtuelle g comme défini à l'étape (9)

18) L'arrêt de l'opération est décidé lorsque :

- Les amplitudes de Fourier restantes sont inférieures à un nombre donné (ϵ)
- Aucune fréquence n'est détectée à l'étape (14)
- Les fréquences détectées lors de l'itération précédente sont encore repérées à la prochaine itération.

Sinon, revenir à l'étape (10)

19) Ecrire l'expression finale du métamodèle \tilde{y} .

20) Valider l'expression du métamodèle en comparant la réponse originale y^* et la réponse issue du métamodèle \tilde{y} . L'obtention d'une bissectrice prouvera la bonne précision du métamodèle

21) En utilisant des histogrammes, comparez:

- Les valeurs de α_i
- Les valeurs de β_i

NB : L'algorithme détaillé d'automatisation de la méthode FAST est à voir en annexe.

Chapitre II

PRESENTATION DE L'OUTIL D'ANALYSE DE SENSIBILITE : GLOBAL SENSITIVITY ANALYSIS TOOL (GoSAT)

II. PRESENTATION DE L'OUTIL GoSAT (Global Sensitivity Analysis Tool)

GoSAT (Global Sensitivity Analysis Tool) est un outil d'analyse de sensibilité basé sur les algorithmes d'automatisation de la méthode de Morris et celle de la méthode FAST décrit dans le chapitre précédent. Disposant d'une interface graphique, il est un moyen simple pour faire l'analyse de sensibilité d'un modèle donné sans que l'intervenant ait une connaissance avancée en la matière.

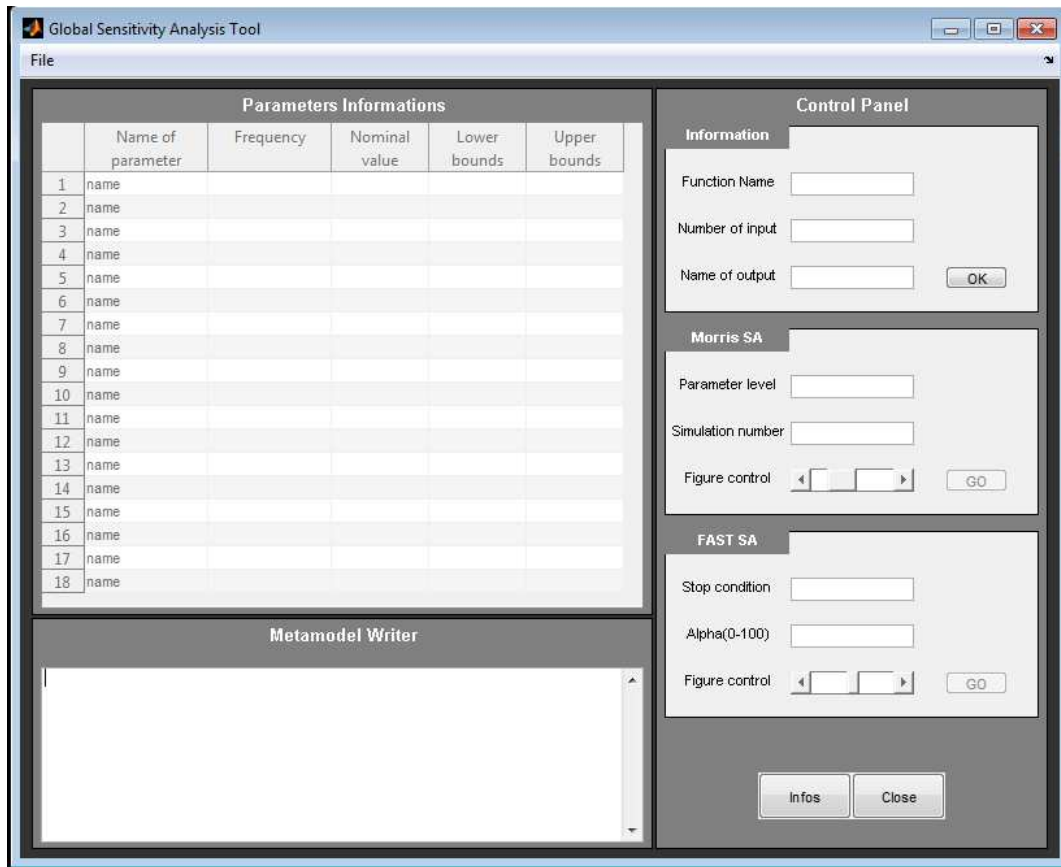


Figure.II.1:interface graphique du GoSAT

GoSAT se décline sous deux versions :

- GoSAT sous Matlab (GoSAT-Matlab)
- GoSAT exécutable sous le système d'exploitation Windows. (GoSAT-Exécutable)

II.1.GoSAT sous Matlab

GoSAT-Matlab est une version destinée aux utilisateurs du logiciel Matlab. En effet, Matlab a été choisi car ce dernier est un logiciel de programmation scientifique. Il est donc plus aisé de simuler un phénomène physique ou de construire son modèle avec ce logiciel grâce aux différentes fonctionnalités qui y sont rattachées.

Il est important de noter que GoSAT est compatible avec toutes les versions de Matlab disposant de l'option "uitable". Pour ce mémoire, la version R2010a [20] de ce logiciel a été utilisée.

II.1.1.Installation et démarrage de GoSAT sous Matlab

Pour utiliser GoSAT-Matlab, les étapes suivantes sont nécessaires :

- Démarrer le logiciel Matlab
- Pointer le dossier source de Matlab (current folder) sur le dossier nommé GoSAT-Package contenant le code source de GoSAT.
- Copier le code source du modèle à étudier (modèle sous format "matlab file" avec l'extension .m) dans le dossier cité ci-dessus.
- Taper GoSAT sur l'invite de commande de Matlab, l'interface graphique du logiciel apparaîtra.

II.1.2.Utilisation de GoSAT-Matlab

Compte tenu du fait que GoSAT dispose d'une interface graphique, son utilisation consiste à remplir convenablement les différents champs présents sur la figure.II.2.

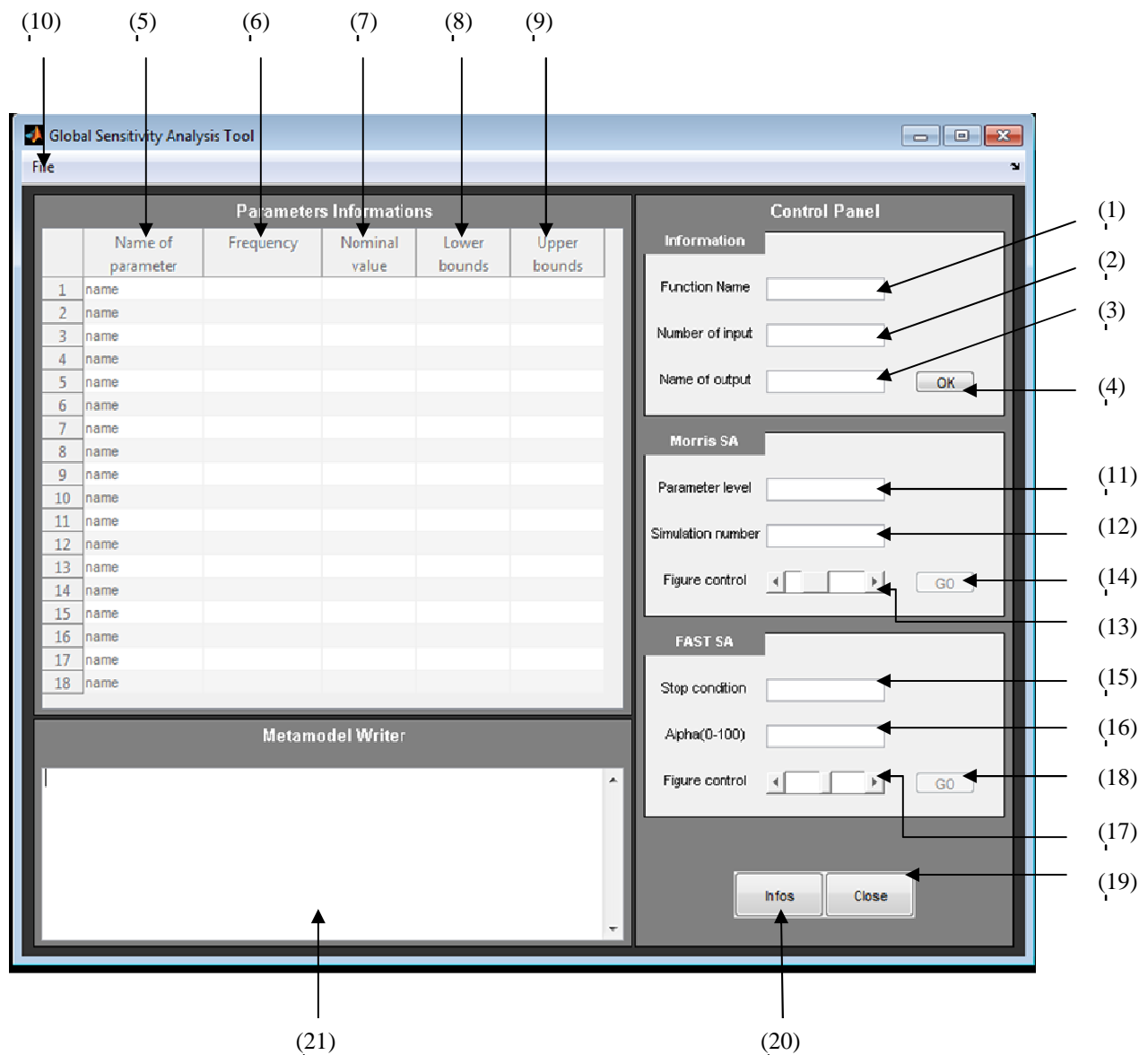


Figure.II.2 : champs de l'interface graphique de GoSAT

La figure II.2 montre l'interface graphique de GoSAT sous Matlab tels que:

- (1): "Function Name"; champ recevant le nom du modèle à analyser (sans l'extension .m). Prenons l'exemple suivant: le modèle à étudier est enregistré sous Modele.m dans le dossier SAT-Package, l'utilisateur écrira alors "Modele" dans le champ "Function Name".
- (2): "number of input" : champ recevant le nombre de facteur d'entrée du modèle étudié.
- (3): "Name of output" : nom de la sortie observée
- (4): bouton validant les informations entrées dans les trois premiers champs.
- (5): Colonne à remplir avec les noms des paramètres du modèle.
- (6): Colonne contenant les fréquences associées à chaque facteur.

- (7) : Nominal value : Introduire dans ces champs les valeurs nominales des paramètres
- (8) : Lower Bounds : écrire la valeur minimale possible de chaque paramètre
- (9) : Upper Bounds : placer la valeur maximale possible de chaque paramètre.
- (10) : Menu "file", servant à stocker ou à charger les feuilles de données à partir d'un tableur (notamment Microsoft Excel). Notons que la feuille de données à charger doit avoir la disposition suivante :

Nom des paramètres	Valeur nominale	Valeur minimale	Valeur maximale	Fréquences		
	A	B	C	D	E	F
1	parametre_1	0	-1	1	59	
2	parametre_2	0	-1	1	19	
3	parametre_3	0	-1	1	11	
4	parametre_4	0	-1	1	31	
5	parametre_5	0	-1	1	43	
6	parametre_6	0	-1	1	5	
7	parametre_7	0	-1	1	53	
8	parametre_8	0	-1	1	97	
9	parametre_9	0	-1	1	17	
10	parametre_10	0	-1	1	13	
11	parametre_11	0	-1	1	79	
12	parametre_12	0	-1	1	73	
13						

Tableau.II.1:disposition des données à charger par GoSAT-Matlab

- (11) Parameter level : y écrire le niveau de balayage des paramètres dans la méthode de Morris. C'est à dire que plus la valeur inscrite dans "parameter level" est grand, plus l'espace des paramètres est couvert.
- (12) Simulation number : reçoit le nombre de simulation voulu par l'utilisateur
- (13) Figure control : 'Slider' contrôlant la taille des agrandissements dans le plan de Morris.
- (14) Go : bouton lançant l'analyse de Morris sur le modèle étudié.
- (15) Stop Condition : Champ recevant la valeur définissant le moment ou les amplitudes de Fourier sur les spectres sont considérées faibles. En effet, quand le maximum de la densité spectrale est inférieur à un certain seuil, la prolongation de l'analyse s'avère inutile.
- (16) Alpha : désigne le coefficient de proportionnalité α_p .
- (17) Figure contrôle: Slider définissant le nombre maximal de fréquence détecté par plan
- (18) gO: bouton lançant la méthode FAST sur le modèle donné.
- (19) Close : bouton fermant l'application
- (20) Infos : Donne les informations concernant l'outil.
- (21) Metamodel Writer : le métamodèle correspondant au modèle étudié y est transcrit; d'où le nom de Metamodèle writer. En outre, ce champ indique aux

utilisateurs les étapes à suivre pour exécuter une analyse de sensibilité avec GoSAT-Matlab.

II.2. GoSAT en version exécutable sous le système d'exploitation Windows

GoSAT-Exécutable a été conçu pour les utilisateurs ne disposant pas de Matlab, ou peu familiers avec ce dernier. En effet, quel que soit le langage de programmation du modèle de l'utilisateur, ce dernier pourra effectuer une analyse de sensibilité avec GoSAT tant qu'il est sous le système d'exploitation Windows et dispose du tableur Microsoft Excel. Il est important de noter que le résultat obtenu avec les deux versions est le même; mais la procédure d'utilisation diffère de l'une à l'autre.

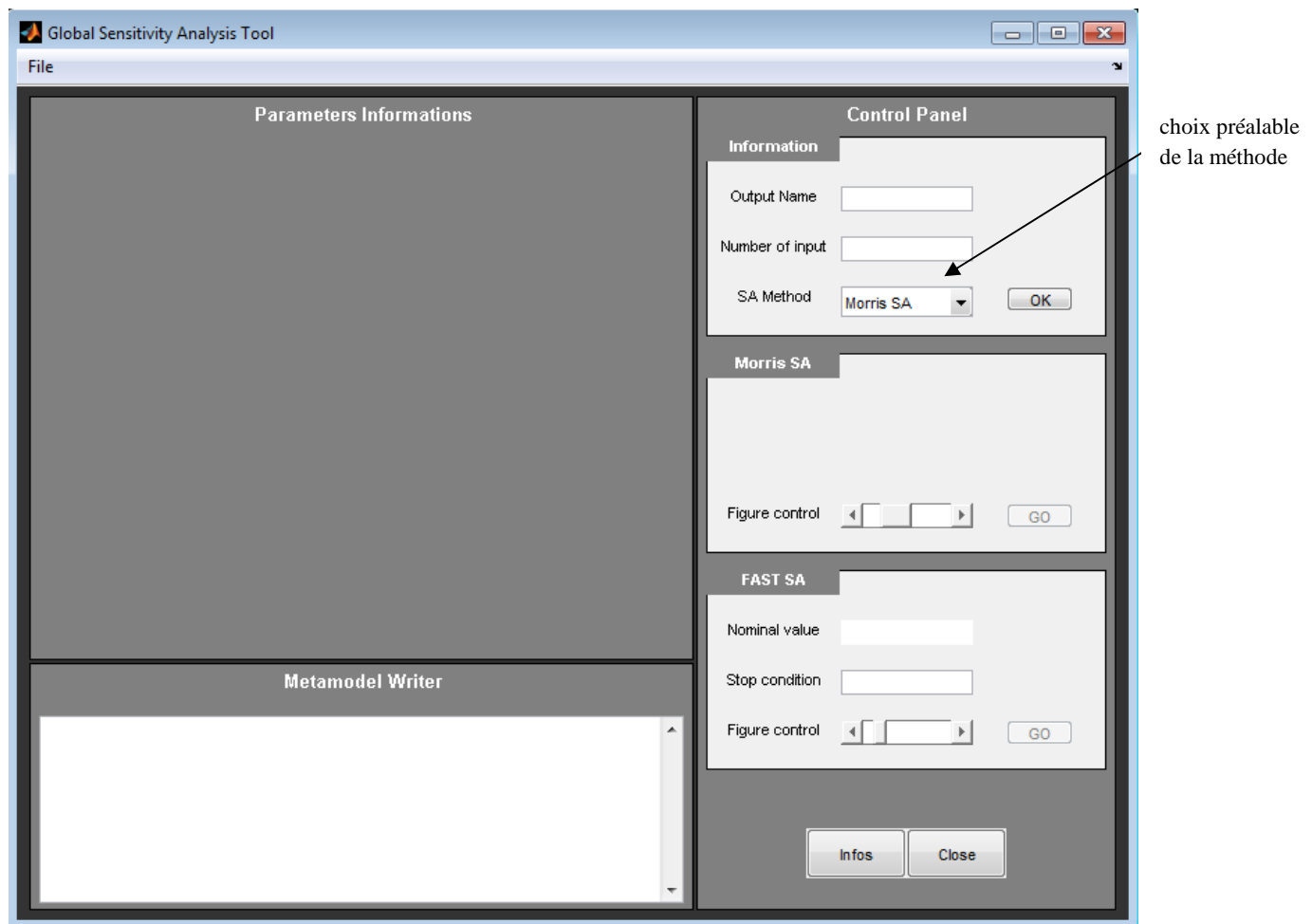


Figure.II.3 : Interface graphique du GoSAT exécutable

Les interfaces graphiques du GoSAT-Matlab et celle du GoSAT-Exécutable diffèrent à un certain niveau mais toutes deux sont basées sur un même algorithme et fournissent un même résultat pour un modèle donné

II.2.1.Installation et démarrage de GoSAT-Exécutable

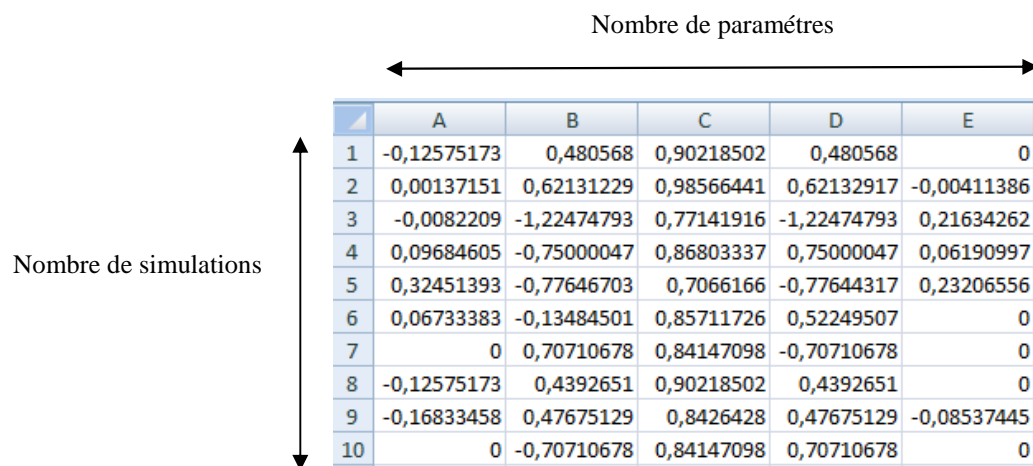
GoSAT-Exécutable étant un programme exécutable sous Windows, un simple double-clic sur l'outil suffit à le lancer.

II.2.2.Utilisation de la GoSAT-Exécutable

Contrairement à la version sous Matlab, la version exécutable exige deux jeux de données différents pour les deux méthodes d'analyse (Morris et FAST). En effet, pour faire une étude de sensibilité du modèle en question, des calculs préalables sont nécessaires avant d'utiliser GoSAT. Les résultats de ces calculs seront ensuite stocker dans une feuille Excel suivant une disposition bien précise.

II.2.2.2.Analyse de Morris sous GoSAT-Exécutable

Pour l'analyse de Morris, l'utilisateur doit chercher la matrice de sensibilité (équation I.1) en utilisant les étapes d'automatisation de la méthode de Morris. Cette matrice sera ensuite stocker dans une feuille Excel pour être traitée par GoSAT-Exécutable. Remarquons que la matrice de sensibilité (I.1) est une matrice ayant un même nombre de colonne que le nombre de facteur p du modèle, et le même nombre de ligne que le nombre de simulation r voulu; la disposition des données dans la feuille Excel devrait suivre cette même logique. Prenons l'exemple d'un modèle ayant cinq (5) comme nombre de facteur, dix comme nombre de simulation. La feuille Excel doit avoir la forme suivante:



	A	B	C	D	E
1	-0,12575173	0,480568	0,90218502	0,480568	0
2	0,00137151	0,62131229	0,98566441	0,62132917	-0,00411386
3	-0,0082209	-1,22474793	0,77141916	-1,22474793	0,21634262
4	0,09684605	-0,75000047	0,86803337	0,75000047	0,06190997
5	0,32451393	-0,77646703	0,7066166	-0,77644317	0,23206556
6	0,06733383	-0,13484501	0,85711726	0,52249507	0
7	0	0,70710678	0,84147098	-0,70710678	0
8	-0,12575173	0,4392651	0,90218502	0,4392651	0
9	-0,16833458	0,47675129	0,8426428	0,47675129	-0,08537445
10	0	-0,70710678	0,84147098	0,70710678	0

Tableau.II.2 : Disposition des données pour l'analyse de Morris avec GoSAT-Exécutable

Cette feuille sera ensuite chargée par GoSAT pour y être analysée.

II.2.2.3. Analyse FAST sous GoSAT-Exécutable

L'analyse FAST sous GoSAT requiert l'exécution au préalable des étapes (1) à (6) du procédé d'automatisation du chapitre I et d'une étape de sauvegarde supplémentaire. Pour ce faire, il faut suivre les points suivants:

- 1) Attribuer les fréquences w_h aux facteurs x_h ($h = 1$ à p).
- 2) Donner les valeurs nominales x_h^0 ($h = 1$ à p) des facteurs, la gamme de variation R_h de chaque facteur, le coefficient de proportionnalité α_p ($\in] 0, 100 [$) et un nombre N_t qui limite le nombre de fréquence détecté par représentation spectrale.
- 3) En utilisant les valeurs nominales x_h^0 de l'étape 2), faire une simulation pour obtenir la valeur de la réponse nominale y_0 du modèle étudié.
- 4) Donner le nombre N_s de simulation nécessaire tout en respectant le théorème de Shannon tel que $N_s \geq 2 * MAX(w_h)|_{h=1 \text{ à } p}$.
- 5) Evaluer la demi-longueur δ_h de l'intervalle restreint I_h^* de chaque facteur x_h (équation I.10).
- 6) Réaliser les N_s simulations y^* avec le modèle de sorte que chaque facteur décrive d'une simulation à l'autre une fonction sinusoïdale autour de sa valeur nominale (équations I.7 et I.13).

D'où, pour N_s simulations:

$$y_k^* = f(x_1^{*k}, x_2^{*k}, \dots, x_h^{*k}, \dots, x_p^{*k})$$

$$\text{avec } x_h^{*k} = x_h^0 + \delta_h \sin(w_h s_k), s_k = \frac{2\pi k}{N_s}, k = 0 \text{ à } N_s$$

- 7) Stocker la réponse nominale y_0 , le résultat des simulations y^* , le jeu de fréquence w_h ($h=1$ à p) utilisé et les noms des paramètres dans le tableur Microsoft Excel suivant la disposition suivante:

	(A)	(B)	(C)	(D)	
	A	B	C	D	E
1	a	7	-150389	-150389	
2	b	79		-212859,946	
3	c	19		-268242,931	
4	d	11		-302011,386	
5	e	3		-304317,189	
6	f	73		-273825,016	
7	g	41		-219429,159	
8	h	67		-158641,184	
9	i	5		-112477,068	
10	j	13		-98369,8909	
11	k	53		-123893,886	
12				-183922,866	
13				-262245,664	
14				-336735,823	
15				-386066,894	
16				-395931,475	
17				-363197,658	
18				-296890,423	
19				-215433,378	

Tableau.II.3 : Disposition des données pour l'analyse avec la méthode FAST avec GoSAT-Exécutable (exemple avec un modèle à 11

- (A) : colonne ayant le même nombre de ligne que le nombre de facteur du modèle étudié, et contenant le nom de chaque paramètre. Le remplissage de cette colonne se fait manuellement par l'utilisateur et est facultatif car le nom des paramètres pourra être introduit dans GoSAT
- (B) : Y transcrire les fréquences utilisées pour chaque paramètre lors de l'exécution du procédé susmentionné.
- (C) : Colonne contenant la réponse nominale y_0 du modèle.
- (D) : Enregistrer la réponse y^* du modèle dans ce champ. Cette colonne dispose de N_s lignes.

II.3.Types de résultat et test de GoSAT

Il est nécessaire de montrer les résultats obtenus par GoSAT. Le modèle mathématique utilisé pour cet exemple sera: "L'international benchmark" de l'analyse de sensibilité, soit la fonction de Sobol. Cette fonction mathématique, proposée par Sobol en 1991, est une fonction non linéaire et non monotone à plusieurs variables qui permet de générer des modèles de complexité variable [9]. En effet, il est possible de varier le nombre de facteurs d'entrées mais également de définir à priori l'importance de chacun d'eux.

La fonction de Sobol est définie comme suit :

$$y(x_h) = \prod_{h=1}^p \frac{|4x_h-2| + a_h}{1 + a_h} \quad (\text{II.1})$$

ou $a_h \in [0, 99]$ est un paramètre (de Sobol) associé au facteur x_h .

Les paramètres de Sobol a_h associés aux facteurs sont choisis de façon à fixer, l'importance de chacun d'eux sur la variation de y . Ainsi, $a_h = 0$ implique que x_h est un facteur très important, $a_h = 1$ le facteur est important, $a_h = 9$ il n'est pas important et pour $a_h = 99$ sa contribution est négligeable [9].

Pour cette étude, une fonction de Sobol à dix facteurs ($p=10$) sera adoptée, tels que les paramètres de Sobol associés aux facteurs sont: $a_h = \{99, 0, 1, 4, 0, 4, 99, 99, 0, 99\}$. Avec ce jeu de coefficient, nous devons nous attendre à ce que x_2, x_5, x_9 soient les paramètres les plus influents, x_3 important et x_4, x_6 peu influents; les autres ayant une contribution non significative.

II.3.1.Paramétrage du modèle étudié

Les facteurs du modèle de Sobol sont regroupés dans le tableau II.4 suivant:

Tableau.II.4: paramètres d'entrée du modèle de Sobol

N°	symbole	description	Gamme de variation	Valeur nominale	unité
1	$x1$	Paramètre 1	$[-1;1]$	0	[]
2	$x2$	Paramètre 2	$[-1;1]$	0	[]
3	$x3$	Paramètre 3	$[-1;1]$	0	[]
4	$x4$	Paramètre 4	$[-1;1]$	0	[]
5	$x5$	Paramètre 5	$[-1;1]$	0	[]
6	$x6$	Paramètre 6	$[-1;1]$	0	[]
7	$x7$	Paramètre 7	$[-1;1]$	0	[]
8	$x8$	Paramètre 8	$[-1;1]$	0	[]
9	$x9$	Paramètre 9	$[-1;1]$	0	[]
10	$x10$	Paramètre 10	$[-1;1]$	0	[]

En outre, pour faire l'analyse FAST sur GoSAT, une fréquences sera attribuée à chaque facteur x_h .

Tableau.II.5: Facteur du système et fréquences associées

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Symbole	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
Fréquence	3	7	15	31	63	127	255	511	677	259

d'après ces informations, on peut remplir GoSAT comme suit:

Global Sensitivity Analysis Tool

Parameters Informations

	Name of parameter	Frequency	Nominal value	Lower bounds	Upper bounds
1	X1	3	0	-1	1
2	X2	7	0	-1	1
3	X3	15	0	-1	1
4	X4	31	0	-1	1
5	X5	63	0	-1	1
6	X6	127	0	-1	1
7	X7	255	0	-1	1
8	X8	511	0	-1	1
9	X9	677	0	-1	1
10	X10	259	0	-1	1

Control Panel

Information

Function Name:

Number of input:

Name of output:

Morris SA

Parameter level:

Simulation number:

Figure control:

FAST SA

Stop condition:

Alpha(0-100):

Figure control:

Metamodel Writer

Figure.II.4 : modèle d'initialisation de GoSAT

Il est important de noter que la fonction de Sobol à dix facteurs a été enregistrée dans le dossier contenant les codes sources de GoSAT sous "fsobol".

II.3.2. Analyse de Morris

En appliquant l'analyse de Morris sur le modèle de Sobol; GoSAT présente l'écart-type des effets élémentaires des paramètres en fonction de leurs moyennes. Les figures II.5.a à II.5.c illustrent ce résultat.

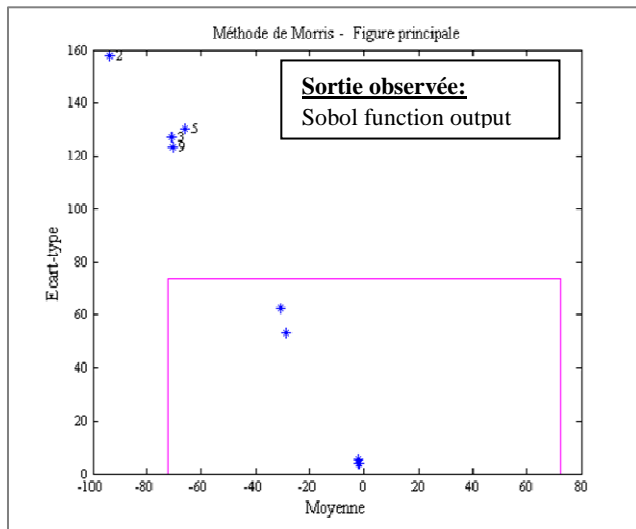


Figure II.5.a

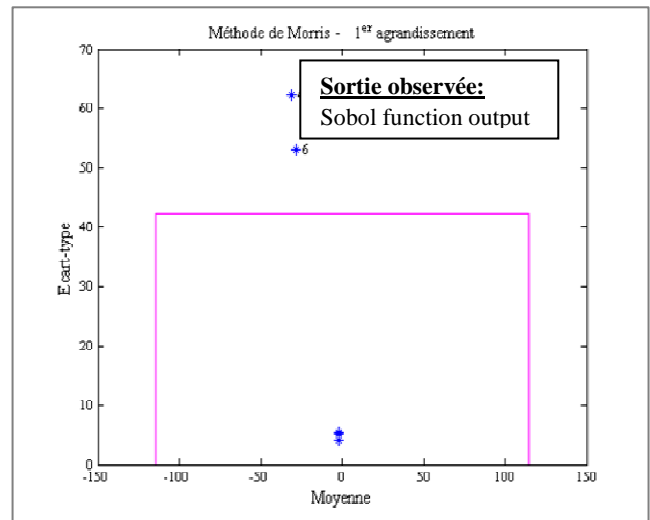


Figure II.5.b

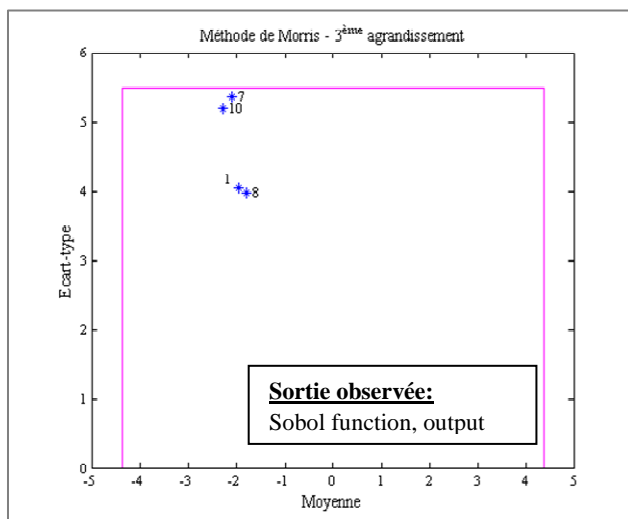


Figure II.5.c

Figure II.5.(a,b,c) : Résultats de l'application de GoSAT – Méthode de Morris sur la fonction de Sobol à dix facteurs

Compte tenu du fait que la méthode de Morris ne permet pas de grouper les facteurs par ordre d'influence, elle aide à déterminer les paramètres les moins influents. Cela étant nécessaire lorsqu'on est face à un modèle au nombre de facteur d'entrée élevé.

Pour l'exemple considéré, le GoSAT a fourni les résultats escomptés. En effet, les facteurs les moins influents de la fonction de Sobol, à savoir x_1, x_7, x_8, x_{10} se trouvent dans le troisième plan (proche de zéro); donc peu influents par rapport aux autres paramètres. Un résultat qui est en accord avec les valeurs des paramètres (coefficients) a_h adoptés.

II.3.3. Analyse FAST

En vue d'obtenir le rang des facteurs influents et le métamodèle du système observé, GoSAT présente en premier lieu les spectres obtenus après l'application de la méthode sur le modèle; tels que les spectres repérés seront éliminés à chaque plan pour mettre en évidence les spectres de moindre ampleur. Les figures II.6.a à II.6.k montrent les spectres affichés par GoSAT.

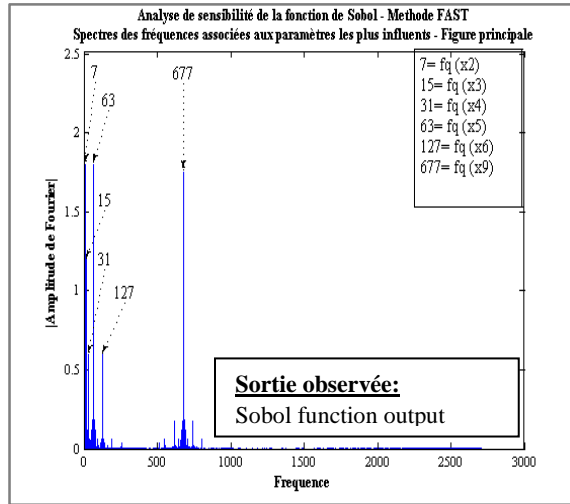


Figure.II.6.a : Identification des spectres des paramètres les plus influents du modèle de Sobol

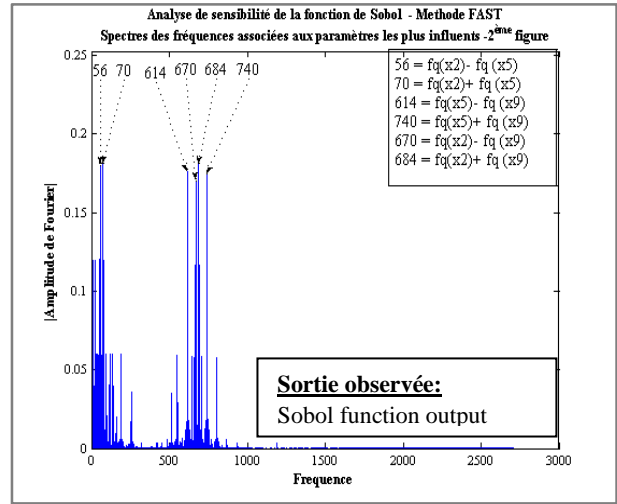


Figure.II.6.b : Deuxième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur la figure principale

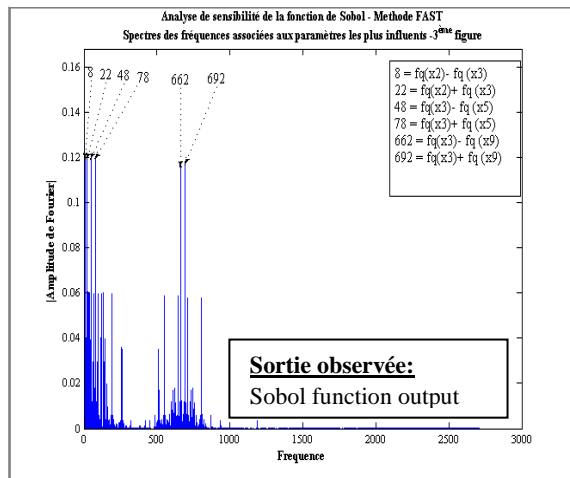


Figure.II.6.c : Troisième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les deux premiers plans

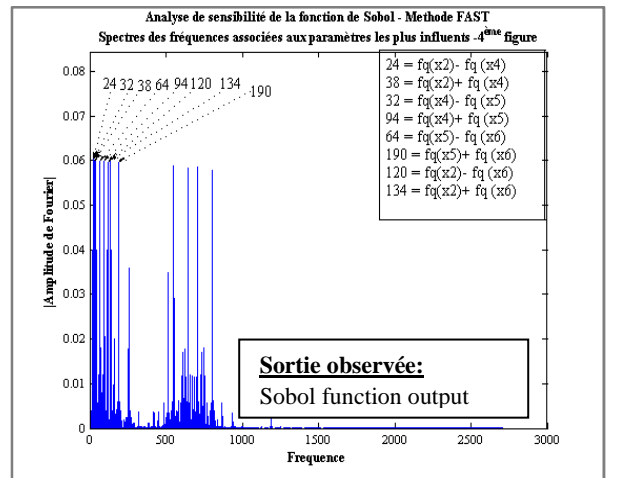


Figure.II.6.d: Quatrième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les trois premiers

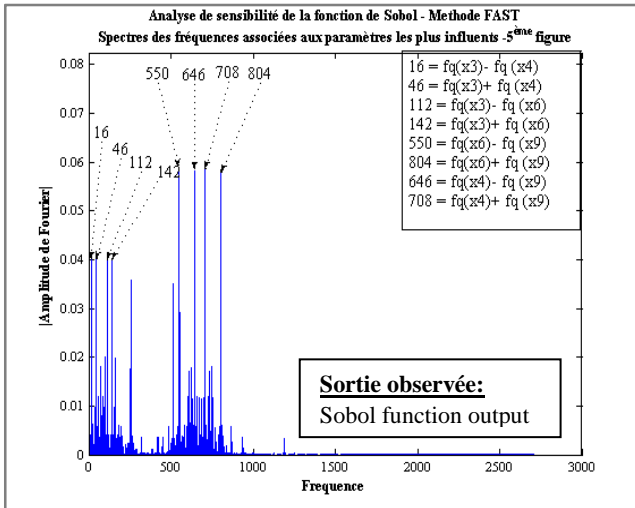


Figure.II.6.e : Cinquième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les quatre premiers

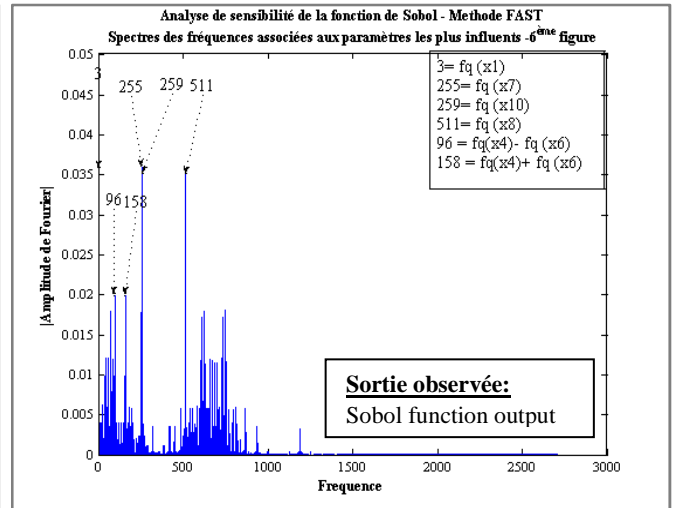


Figure.II.6.f: Sixième plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les cinq premiers plans

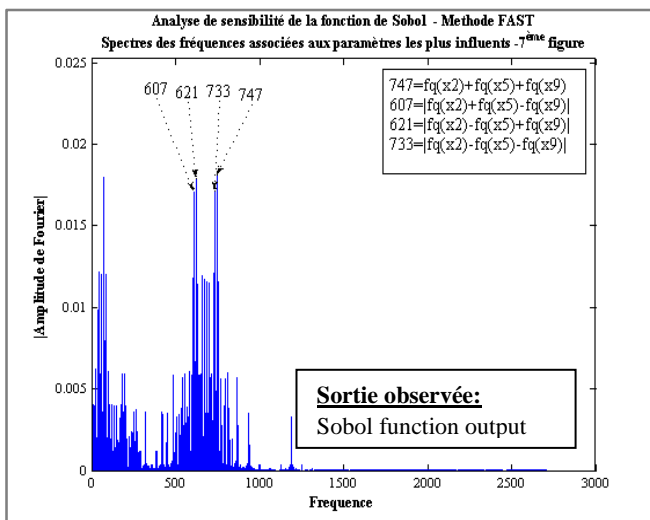


Figure.II.6.g : Septième plan obtenu après l'élimination GoSAT des spectres identifiés sur les six premiers plans

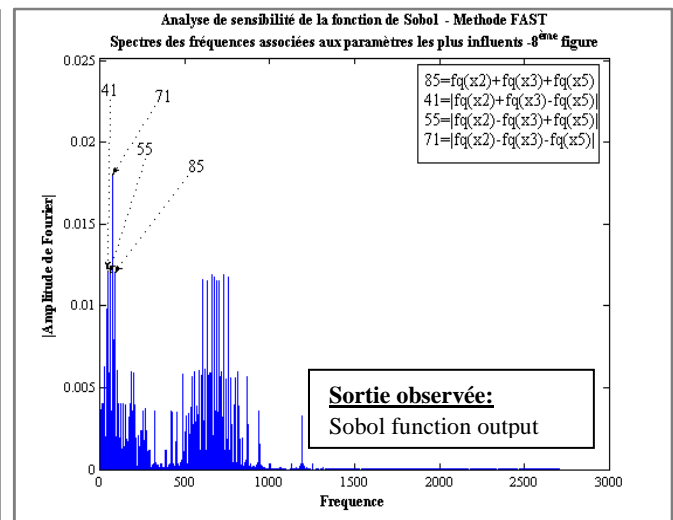


Figure.II.6.h: Huitième plan obtenu après l'élimination GoSAT des spectres identifiés sur les sept premiers plans

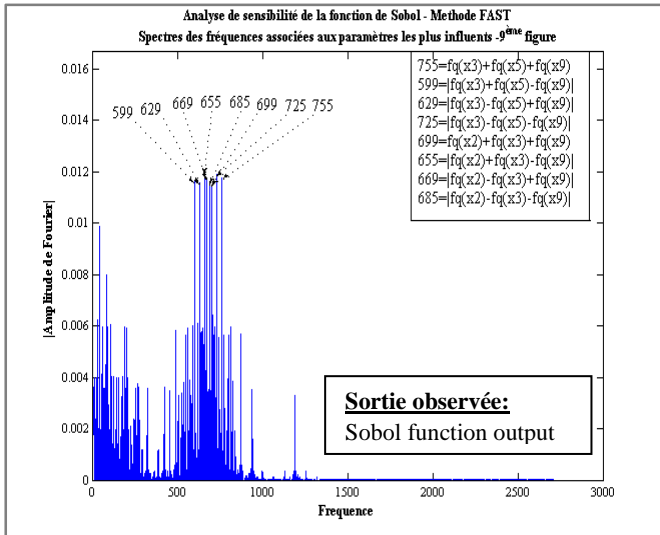


Figure.II.6.(a,b,c,d,e,f,g,h,i) : Spectres issu de l'application de GoSAT sur la fonction de Sobol à dix paramètres.

Figure.II.6.i : Neuvième et dernier plan obtenu après l'élimination par GoSAT des spectres identifiés sur les huit

Après l'analyse spectrale du modèle, GoSAT fournit à l'utilisateur le métamodèle correspondant à son modèle dans un fichier texte (metamodel.txt) situé dans le dossier source, et sur le "métamodel writer" de l'interface graphique de GoSAT.

Pour le modèle considéré, le métamodèle approchant la fonction de Sobol s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned}
 y = & 17.9816 - 3.5963 * \langle x2 \rangle - 2.3976 * \langle x3 \rangle - 1.1988 * \langle x4 \rangle - 3.5963 * \langle x5 \rangle - 1.1988 * \langle x6 \rangle + - \\
 & 3.5963 * \langle x9 \rangle + -0.07123 * \langle x1 \rangle + -0.071228 * \langle x7 \rangle - 0.071242 * \langle x10 \rangle - 0.071146 * \langle x8 \rangle + 0.72007 \\
 & * \langle x2 \rangle * \langle x5 \rangle + 0.71926 * \langle x5 \rangle * \langle x9 \rangle + 0.71925 * \langle x2 \rangle * \langle x9 \rangle + 0.47953 * \langle x2 \rangle * \langle x3 \rangle + \\
 & 0.47978 * \langle x3 \rangle * \langle x5 \rangle + 0.4795 * \langle x3 \rangle * \langle x9 \rangle + 0.24057 * \langle x2 \rangle * \langle x4 \rangle + 0.23974 * \langle x4 \rangle * \langle x5 \rangle + \\
 & 0.23973 * \langle x5 \rangle * \langle x6 \rangle + 0.23973 * \langle x2 \rangle * \langle x6 \rangle + 0.15983 * \langle x3 \rangle * \langle x4 \rangle + 0.15983 * \langle x3 \rangle * \langle x6 \rangle \\
 & + 0.23972 * \langle x6 \rangle * \langle x9 \rangle + 0.23972 * \langle x4 \rangle * \langle x9 \rangle + 0.079831 * \langle x4 \rangle * \langle x6 \rangle - 0.14394 * \langle x2 \rangle * \\
 & \langle x5 \rangle * \langle x9 \rangle - 0.10818 * \langle x2 \rangle * \langle x3 \rangle * \langle x5 \rangle - 0.095942 * \langle x3 \rangle * \langle x5 \rangle * \langle x9 \rangle - 0.095828 * \langle x2 \rangle * \\
 & \langle x3 \rangle * \langle x9 \rangle + \dots
 \end{aligned}$$

Afin de valider ce métamodèle, GoSAT compare les prédictions de ce dernier avec celles fournies par le modèle original (figures II.7.a et II.7.b)

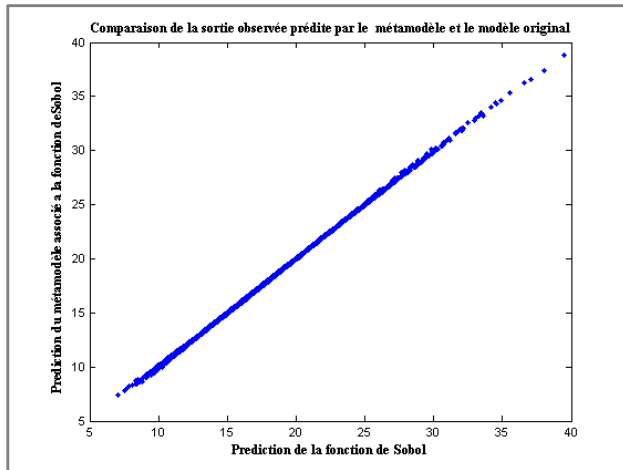


Figure.II.7.a : Comparaison des résultats donnés par la fonction de sobol et son métamodèle associé

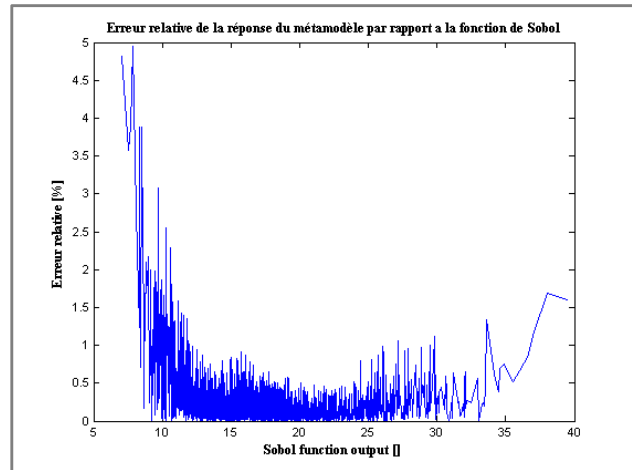


Figure.II.7.b : Mise en évidence de la précision de la prédiction fournie par le métamodèle par rapport à celle donnée par le modèle original

Les nuages de points de la figure.II.7.a formant une bissectrice et une erreur relative du métamodèle par rapport au modèle original inférieure à 5% (figure.II.7.b) prouvent que pour un taux de variation de 5% autour de leurs valeurs nominales des facteurs, le métamodèle présente une bonne précision.

GoSAT compare les coefficients des termes linéaires et les termes d'interaction double (le cas échéant), dans le but de scruter l'ordre de prépondérance des paramètres les plus influents du modèle. Les figures **II.8** résument les résultats.

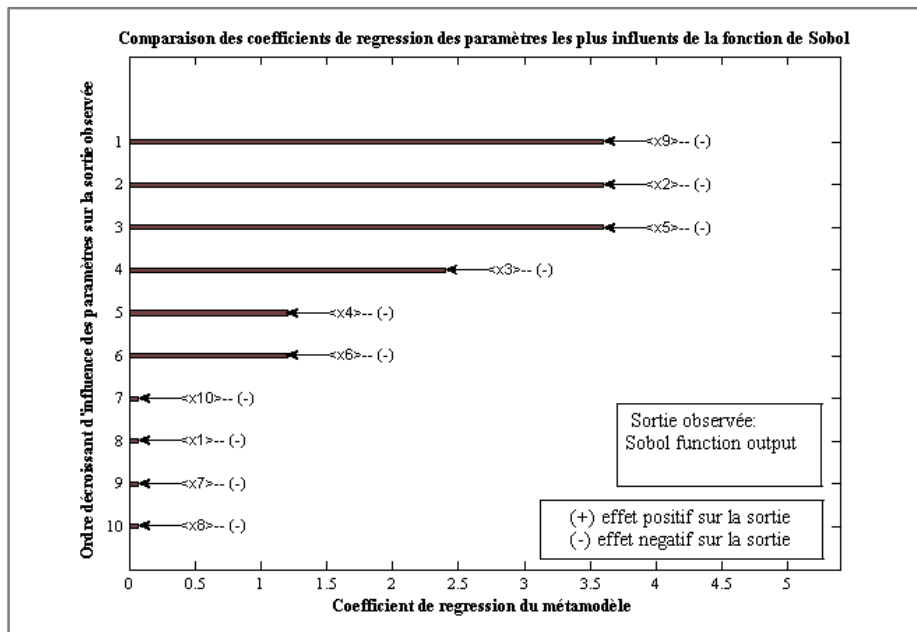


Figure.II.8.a: Ordre de prépondérance des paramètres les plus influents linéairement du modèle de Sobol

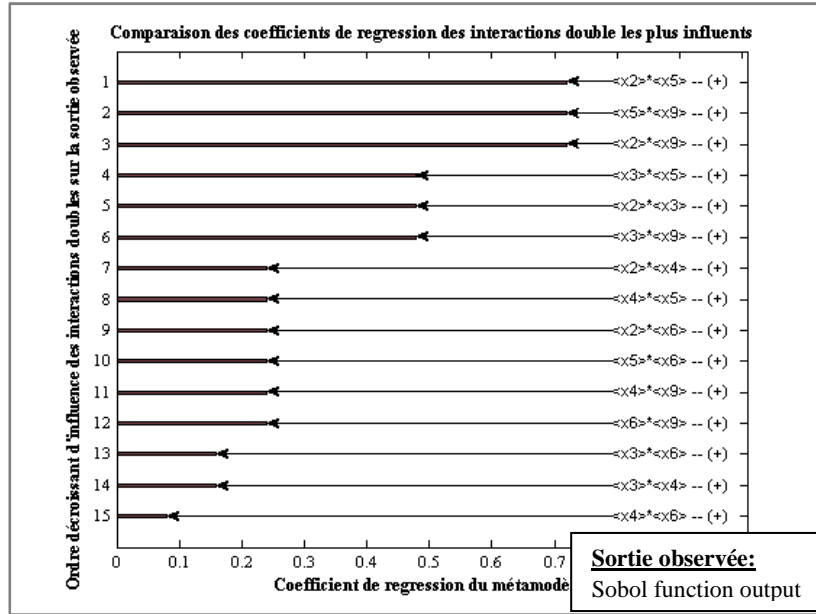


Figure.II.8.b: Ordre de prépondérance des interactions doubles les plus influents du modèle de Sobol

Interprétation

D'après la figure.II.8.a, on peut en déduire que les facteurs x_2 , x_5 , x_9 sont les paramètres les plus influents, x_3 important et x_4 , x_6 peu influents; les autres ayant une contribution non significative. Ce résultat fourni par GoSAT coïncide avec les caractéristiques de la fonction de Sobol et le jeu de coefficient a_h pris [9]; validant ainsi la performance de l'algorithme proposé. D'autre part, la figure.II.8.b nous montre que les interactions des facteurs les plus influents (x_2 , x_5 , x_9) sont les plus prépondérants.

Chapitre III

ANALYSE DE SENSIBILITE PARAMETRIQUE DU MODELE DE LA TOITURE VEGETALISEE AVEC GoSAT

III.ANALYSE DE SENSIBILITE PARAMETRIQUE DU MODELE DE LA TOITURE VEGETALISEE AVEC GoSAT

Cette présente analyse vise à déterminer les paramètres à varier ou à modifier afin d'améliorer le comportement d'une toiture végétalisée par rapport à une toiture ordinaire en béton. Cela en vu de réduire les pertes énergétiques en climatisation dans le bâtiment.

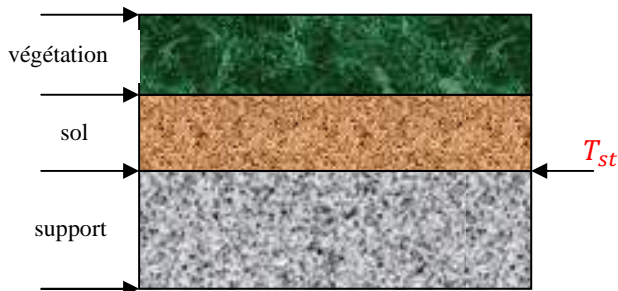


Figure.III.1: schéma de la coupe d'une toiture végétalisée



Figure.III.2: schéma de la coupe de la toiture ordinaire en béton considérée.

Pour ce faire, un modèle de toiture végétalisée ayant la structure de la figure III.1. et un modèle toiture ordinaire en béton formé uniquement du support du toit vert (figure.III.2.) seront considérés. Pour mener à bien cette étude, la sortie observée durant l'analyse de sensibilité sera l'écart de température ΔT entre la température de la face supérieure du support de la toiture végétalisée T_{st} et la température de la face supérieure de la toiture ordinaire T_{st}^* . En effet, ΔT renseigne sur le gain de température obtenu par la toiture végétalisée par rapport à la toiture ordinaire.

$$\Delta T = T_{st}^* - T_{st} \quad (\text{III.1})$$

Avant d'entrer dans l'analyse de sensibilité proprement dite, il est important de présenter le modèle mathématique associé à la toiture végétalisée et celui associé à la toiture ordinaire.

III.1.1.PRESENTATION DE LA TOITURE VEGETALISEE :

La figure III.3 représente la description schématique d'une portion horizontale de toiture végétalisée.

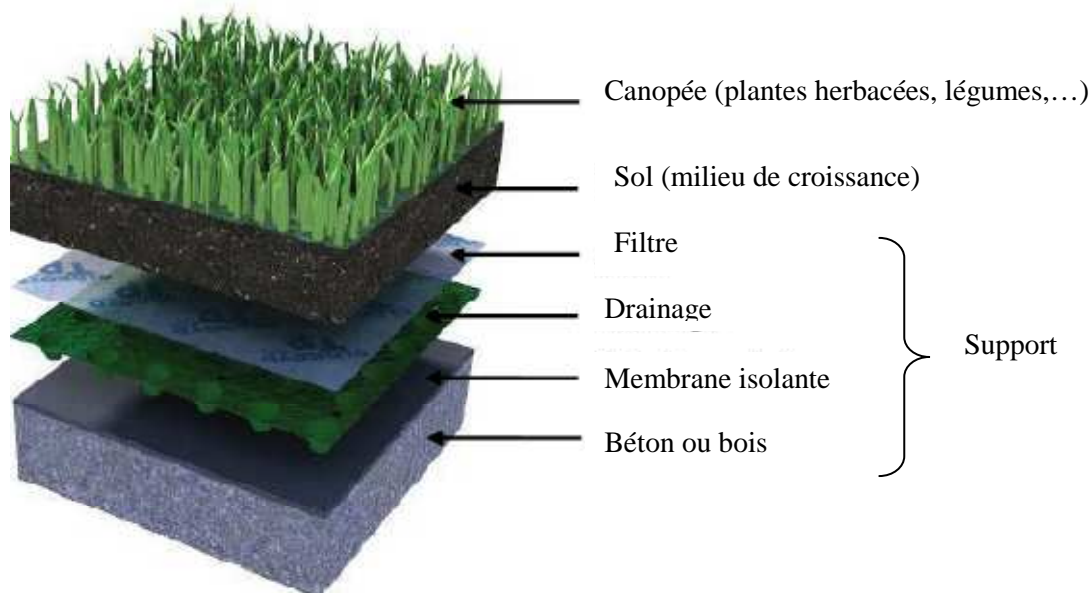


Figure III.3: Schéma descriptif d'une toiture végétalisée

Une toiture végétalisée se compose généralement par les éléments ci-dessous.

Le support :

Le support est constitué par la structure, la couche d'étanchéité et la couche éventuelle de drainage et de filtration.

- La structure :

Elle peut être en béton, acier ou bois et doit supporter le poids de l'installation prévue qui peut doubler voire tripler lorsqu'elle est gorgée d'eau en cas de pluie.

- La couche d'étanchéité : (bâches spéciales en plastique ou des éléments étanches non métalliques). Comme pour toute toiture, elle est essentielle. L'importance de la couche d'étanchéité ne doit jamais être sous-estimée. Le complexe isolant doit être résistant à la compression et aux racines.

- La couche éventuelle de drainage et de filtration :

Cette couche dépend particulièrement de l'épaisseur et de la nature du substrat. Constituée d'agréats minéraux, de polystyrène, ou matelas synthétique, elle assure l'évacuation de l'eau en excès et évite l'asphyxie des racines de certains végétaux dans le cas d'une faible pente. Le choix des matériaux peut également dans certaines régions sèches permettre une rétention d'eau et constituer ainsi une réserve nécessaire au bon développement des végétaux. Fréquemment, le polyéthylène gaufré, créant un espace de drainage d'environ 10 mm de hauteur dirigeant l'eau de pluie vers le drain du toit ou vers les gouttières extérieures, est utilisé. Pour éviter son colmatage par des particules du sol, il est vraisemblablement possible de lui adjoindre un filtre géotextile non-tissé qui retient les fines particules du sol et laisse l'eau s'égoutter. Ce géotextile absorbe aussi l'eau qui la traverse, offrant un milieu humide pour les racines des plantes.

Dans le cas considéré, les différents constituants du support sont groupés en une couche, supposée compacte et homogène ayant des propriétés thermophysiques constantes.

Le sol ou le substrat de croissance :

Sa composition est généralement un mélange de terre et/ou de compost végétal de feuilles ou d'écorces mélangées à des agrégats de pierres légères et absorbantes.

La canopée ou la couche végétale :

Une telle toiture verte peut accueillir différentes sortes de végétaux (sédums, plantes herbacées, plantes grasses ou de rocaille) et changera d'aspect en fonction des saisons et de la floraison de ces plantes. Mais dans la plupart des cas, la végétation ne sera qu'herbacée.

III.1.2. – MODELE MATHEMATIQUE ASSOCIE A LA TOITURE :

Les différents transferts thermiques et massique ayant lieu au niveau du toit sont schématisés par la figure III-4. La figure III-5, quant à elle, représente le schéma électrique équivalent aux échanges de chaleur et de masse. En outre, il convient de préciser les différentes hypothèses simplificatrices adoptées:

- Les transferts thermiques s'effectuent d'une manière unidimensionnelle
- La température de la canopée est considérée uniforme
- Les échanges thermiques par rayonnement entre les feuilles sont négligeables

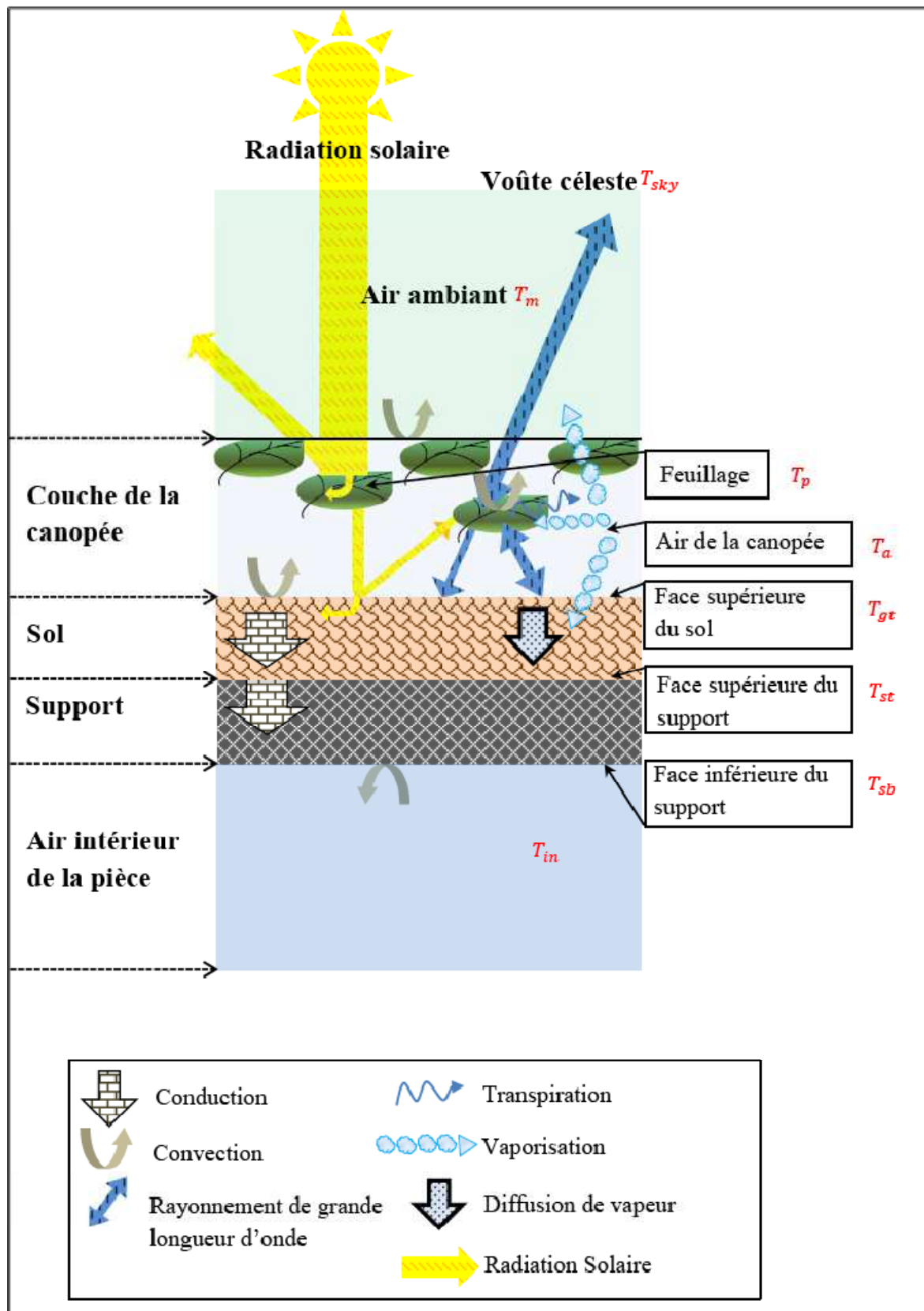


Figure III.4: Schéma descriptif des échanges thermiques et massique au niveau de la toiture

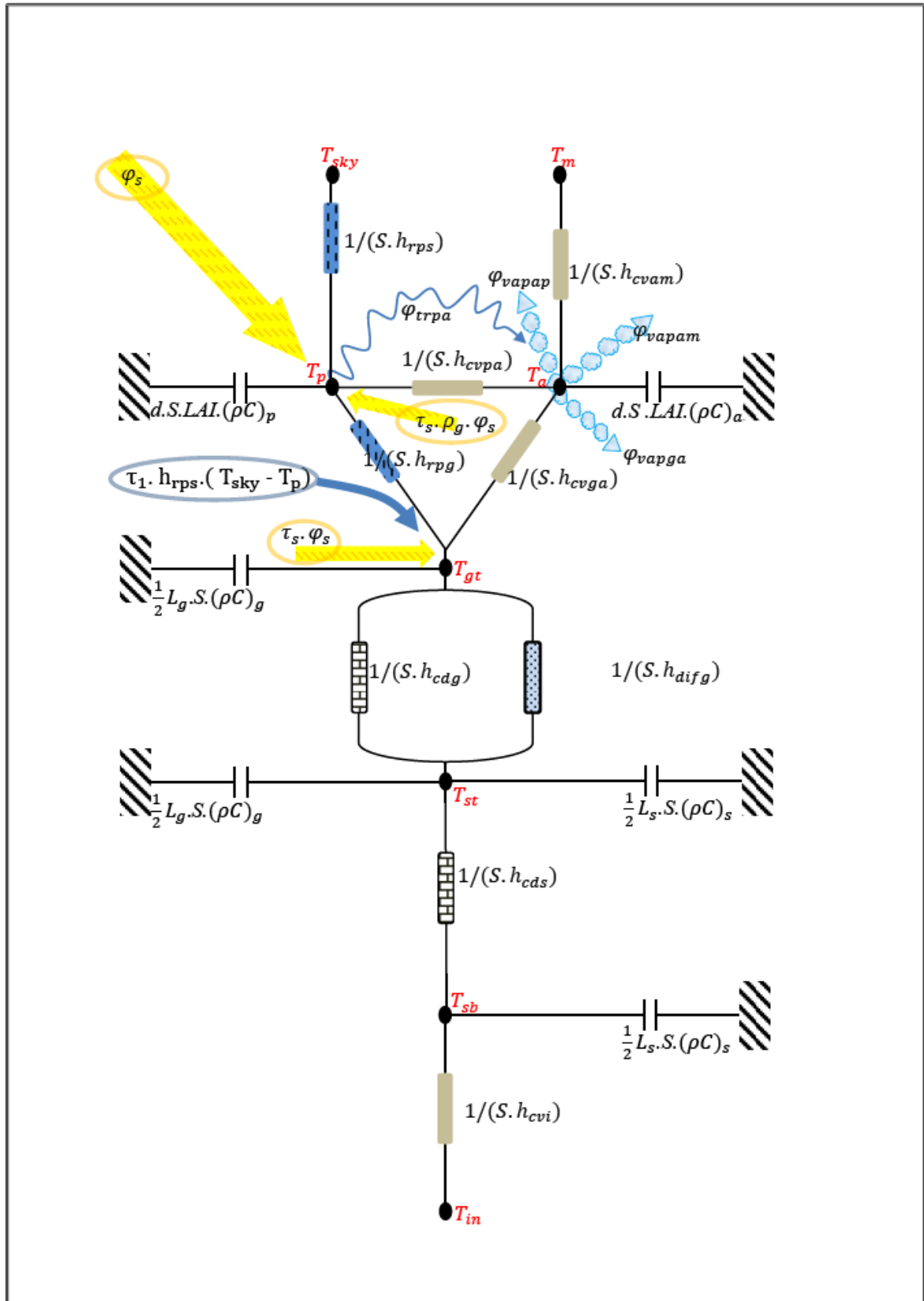


Figure III.5: Schéma électrique équivalent aux transferts thermiques et massique au niveau du toit vert

III.1.2.1 Equations de bilan énergétique :

Par analogie électrique (c'est-à-dire application de la loi d'Ohm sur chaque nœud de température du circuit électrique équivalent de la figure III.5), les équations aux dérivées partielles non linéaires ci-dessous ont été obtenues. Elles traduisent les différents bilans énergétiques du modèle de toiture à considérer.

III.1.2.1.1 Equations de bilan thermique [13]:

Au niveau des feuilles (noeud T_p) :

$$d.LAI(\rho c)_p \frac{\partial T_p}{\partial t} = \varphi_{rdsol} + \varphi_{trpa} + h_{rps}(T_{sky} - T_p) + h_{rpg}(T_{gt} - T_p) + h_{cva}(T_a - T_p) \quad (III.2)$$

Au niveau de l'air de la canopée (noeud T_a) :

$$L_c(\rho c)_a \frac{\partial T_a}{\partial t} = h_{cvam}(T_m - T_a) + h_{cvap}(T_p - T_a) + h_{cva}(T_{gt} - T_a) \quad (III.3)$$

Au niveau de la face supérieure du sol (noeud T_{gt}) :

$$\frac{1}{2}L_g(\rho c)_g \frac{\partial T_{gt}}{\partial t} = h_{cvag}(T_a - T_{gt}) + h_{rpg}(T_p - T_{gt}) + \tau_1 h_{rps}(T_{sky} - T_p) + (h_{cdg} + h_{difgs})(T_{st} - T_{gt}) + (1 - \rho_g)\tau_s \varphi_s + \Delta(T_{gt})\varphi_{vapga} \quad (III.4)$$

Au niveau de la face supérieure du support (noeud T_{st}) :

$$\frac{1}{2}(L_g(\rho c)_g + L_s(\rho c)_s) \frac{\partial T_{st}}{\partial t} = (h_{cdg} + h_{difgi})(T_{gt} - T_{st}) + h_{cds}(T_{sb} - T_{st}) \quad (III.5)$$

Au niveau de la face inférieure du support (noeud T_{sb}) :

$$\frac{1}{2}L_s(\rho c)_s \frac{\partial T_{sb}}{\partial t} = h_{cds}(T_{st} - T_{sb}) + h_{cvi}(T_{in} - T_{sb}) \quad (III.6)$$

III.1.2.1.2 Equation de bilan massique :

Au niveau de l'air de la canopée :

$$\rho_a L_c \frac{\partial \theta_a}{\partial t} = \varphi_{vapap} + \varphi_{vapag} + \varphi_{vapam} \quad (III.7)$$

III.1.2.2 Apport solaire au système :

III.1.2.2.1 Rayonnement arrivant au sommet de la canopée :

Le rayonnement global φ_s [W.m^{-2}] arrivant au sommet de la canopée est la somme du rayonnement solaire direct R_{dir} [W.m^{-2}] et du rayonnement solaire diffus R_{dif} [W.m^{-2}].

$$\varphi_s = R_{dir} + R_{dif} \quad (\text{III.8})$$

III.1.2.2.1.a. Densité de flux du rayonnement solaire direct :

$$R_{dir} = R_{dirh} \cdot \cos(\theta_1) \quad (\text{III.9})$$

R_{dirh} : Rayonnement solaire direct [W.m^{-2}] sur une surface horizontale (fournie par les données météorologiques)

θ_1 : Angle d'incidence [rad] du rayonnement solaire direct sur un toit incliné donné par

$$\cos(\theta_1) = \cos(h_s) \cdot \sin(a) \cdot \cos(az_s - az_t) + \cos(a) \cdot \sin(h_s) \quad (\text{III.10})$$

Avec

h_s : Hauteur du soleil [rad]

a : inclinaison du toit par rapport à l'horizontale [rad]

az_s : Azimut du soleil [rad]

az_t : Azimut du toit [rad]

Les azimuts sont mesurés par rapport au Sud; comptés positivement vers l'Ouest et négativement vers l'Est.

Il est important de vérifier les données météorologiques dans le cas où ces conditions de mesure ne sont pas respectées

III.1.2.2.1.b. Densité de flux du rayonnement solaire diffus :

$$R_{dif} = \frac{1+\cos(a)}{2} \cdot R_{dirh} + alb \cdot \frac{1+\cos(a)}{2} \cdot (R_{dirh} \cdot \sin(h_s) + R_{dirh}) \quad (\text{III.11})$$

Dans laquelle

alb : albédo du sol []

a : angle d'inclinaison du toit par rapport à l'horizontale [rad]

Le flux de rayonnement arrivant au sommet de la canopée est ainsi

$$\varphi_s = R_{dirh} \cdot \cos(\theta_1) + \frac{1+\cos(a)}{2} \cdot R_{dirh} + alb \cdot \frac{1+\cos(a)}{2} \cdot (R_{dirh} \cdot \sin(h_s) + R_{dirh}) \quad (\text{III.12})$$

III.1.2.2.2. Rayonnement solaire absorbé par la canopée :

Le rayonnement de courte longueur d'onde transmis par une canopée est la somme de la radiation non interceptée et la radiation qui est transmise ou réfléchie (ou les deux) par n'importe quelle feuille de la canopée. La transmittivité d'onde courte $\tau_s(LAI)$ pour la radiation diffuse de courte longueur d'onde d'une canopée avec un indice de surface foliaire LAI peut être représentée, avec une exactitude raisonnable, par une loi exponentielle [14] telle que :

$$\tau_s(LAI) = \exp(-k_s \cdot LAI) \quad (III.13)$$

k_s : Coefficient d'extinction de courte longueur d'onde du feuillage

Le coefficient d'extinction doit être fonction des propriétés optiques des feuilles et est calculé par [14]

$$k_s = [(1 - \tau_t)^2 - \rho_t^2]^{\frac{1}{2}} \cdot k_1 \quad (III.14)$$

Dans laquelle:

τ_t : Facteur de transmission du tissu des feuilles

ρ_t : Réflectivité du tissu des feuilles

k_1 : Coefficient d'extinction grande longueur d'onde

k_1 peut être calculé analytiquement pour quelques distributions d'angle de feuilles idéalisées.

Valeur de k_1 déduite de la littérature:

Distribution des feuilles	k_1
Horizontale	1 à 1.05
Conique ($\alpha_1 = 45^\circ$) (α_1 étant l'angle moyenne d'inclinaison des feuilles)	0.829
Verticale ($\alpha_1 = 90^\circ$) (α_1 étant l'angle moyenne d'inclinaison des feuilles)	0.436

Tableau III.1: Valeur du coefficient d'extinction pour le rayonnement GLO

La réflectivité $\rho_s(LAI)$ d'une canopée est toujours inférieure à celle des feuilles qui la compose. Le désordre et l'ombrage dans la canopée provoque une absorption de rayonnement. La canopée se comportera comme dense à l'égard de la fraction de la radiation incidente qu'elle rencontre.

$$\text{Soit: } \rho_s(LAI) = (1 - \tau_s(LAI)) \cdot \rho_\infty \quad (III.15)$$

ρ_∞ : Réflectivité d'une canopée dense

Une canopée absorbe une fraction de $(1 - \tau_s - \rho_s)$ de la radiation qu'elle reçoit.
Le flux net de radiation solaire absorbé par la canopée s'écrit alors :

$$\varphi_{rdsol} = (1 - \tau_s - \rho_s) \cdot (1 + \tau_s \cdot \rho_g) \cdot \varphi_s \quad (\text{III.16})$$

où

$$\tau_s \cdot \rho_g \cdot \varphi_s : \text{Radiation solaire réfléchie par le sol [W.m}^{-2}] \quad (\text{III.17})$$

ρ_g : Réflectivité de la face supérieure du sol

φ_s : Radiation solaire arrivant au sommet de la canopée [W.m⁻²]

III.1.2.3 Modèle des coefficients d'échange thermique :

III.1.2.3.1 Echange par conduction :

III.1.2.3.1.a. Pour le sol :

Le coefficient d'échange thermique par conduction est formulé comme suit

$$h_{cdg} = 2 \frac{\lambda_g}{L_g} \quad (\text{III.18})$$

où

λ_g : Conductivité thermique du sol [W.m⁻¹.K⁻¹]

L_g : Épaisseur du sol [m]

La conductivité thermique du sol est une variable dépendante de la teneur en humidité et de la température du sol. Elle est distinctement différente pour chaque type de sol et doit être spécifiquement déterminée. Toutefois, la référence [14] propose un modèle de corrélation pour évaluer ce paramètre:

$$\lambda_g(w) \cdot 10^7 = [2,1 \cdot \left(\frac{\rho}{1000}\right)^{(1,2-w)} \cdot \exp(-0,7 \cdot (w - 0,2)^2) + \left(\frac{\rho}{1000}\right)^{(0,8-2w)}] (\rho c)_g(w) \quad (\text{III.19})$$

ρ : Densité apparente du sol [kg. m⁻³]

w : Humidité volumétrique du sol

Pour être cohérente avec la corrélation précédente (équation.III.19), la formule suivante, proposée par le même auteur, est utilisée pour évaluer la capacité calorifique spécifique du sol

$$(\rho c)_g(w) = 4180(0,2 + w)\rho \quad (\text{III.20})$$

ρ : densité apparente du sol [kg.m⁻³]

w : Humidité volumétrique du sol

III.1.2.3.1.b. Pour le support :

Le coefficient d'échange thermique du support peut se calculer comme précédemment

$$h_{cds} = 2 \frac{\lambda_s}{L_s} \quad (\text{III.21})$$

λ_s : conductivité thermique du support [$\text{kg. m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]

L_s : Épaisseur du support [m]

Tout en considérant l'homogénéité de l'ensemble des matériaux solides composant le support, la conductivité thermique de cette couche reste constante.

III.1.2.3.2 Echange par convection :

III.1.2.3.2.a. Entre l'air de la canopée et les feuillages :

Ce coefficient d'échange convectif est exprimé comme suit:

$$h_{cvpa} = h_{cvap} = 2 \cdot Lai \cdot \frac{(\rho c)_a}{r_e} \quad (\text{III.22})$$

r_e étant la résistance externe de la canopée [s.m^{-1}].

La corrélation proposée par [14] a été retenue pour calculer r_e .

$$r_e = \frac{a \cdot l^m}{(l|T_a - T_p| + b \cdot u^2)^n} \quad (\text{III.23})$$

où : l est la longueur caractéristique des feuilles [m] ; u : vitesse du vent [m. s^{-1}]. ; a , b , m , n sont des coefficients empiriques ($a = 1174$, $b = 207$, $m = 0.5$, $n = 0.25$ pour la culture de tomate)

III.1.2.3.2.b. Entre l'air de la canopée et l'air ambiant :

Le coefficient du transfert thermique convectif entre l'air de la canopée et l'air ambiant est décrit par:

$$h_{cvam} = R \cdot L_c \cdot (\rho c)_a \quad (\text{III.24})$$

R : Taux d'échange d'air [s^{-1}]

L_c : Épaisseur de la canopée [m]

III.1.2.3.2.c. Entre l'air de la canopée et la face supérieure du sol :

La référence [11] propose une relation traduisant une convection mixte:

$$h_{cva,g} = \frac{(\rho c)_a}{1045} [1,14. (|T_a - T_{gt}|^{0.5}) + 6,97. v^{1.6}]^{0.5} \quad (III.25)$$

v : vitesse du vent dans la canopée [$m.s^{-1}$]

La vitesse du vent [$m.s^{-1}$] dans la canopée est prise approximativement égale à celle de l'air libre [$m.s^{-1}$] vu que nous avons considéré une canopée à couche mince ($v \approx u$).

III.1.2.3.2.d. Entre l'air intérieur de la pièce et la face inférieure du support :

La formule de Hottel et Woertz dans [11] a été retenue pour déterminer le coefficient d'échange convectif entre l'air intérieur de la pièce et la face inférieure du support (le support est supposé directement en contact avec l'air intérieur de la pièce) :

$$h_{cvi} = \frac{1,162(5,05 - 1,39.a + 0,277.a^2)}{|T_{in} - T_{sb}|^{0.25}} \quad (III.26)$$

a : angle d'inclinaison du toit [rad]

III.1.2.3.3. Echange par rayonnement :

III.1.2.3.3.a. Entre les feuilles et la voûte céleste :

Le coefficient d'échange thermique radiatif est :

$$h_{rps} = \sigma. \phi_{ps}. (T_p^2 + T_s^2). (T_p + T_s) \quad (III.27)$$

ϕ_{ps} : Facteur de forme gris pour l'échange radiatif entre les feuilles et la voûte céleste

L'aire de la surface foliaire par rapport à celle de la voûte céleste est pratiquement négligeable. De plus, en considérant le ciel comme corps noir, le facteur de forme gris s'exprime comme suit:

$$\phi_{ps} = \frac{1}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + \frac{1}{F_{ps}}} \quad (III.28)$$

ε_p : Émissivité du feuillage de la canopée
avec:

$$\varepsilon_p = 1 - \tau_1 \quad (III.29)$$

et

$$\tau_1 = \exp(-k_1 * LAI) \quad (III.30)$$

F_{ps} : Facteur de forme géométrique entre la toiture et la voûte céleste

$$F_{ps} = \frac{1 + \cos(a)}{2} \quad (III.31)$$

a: angle d'inclinaison du toit [rad]

III.1.2.3.3.b. Entre les feuilles et la surface supérieure du sol :

De la même manière que précédemment [11]:

$$h_{rpg} = \sigma \cdot \phi_{pg} \cdot (T_p^2 + T_g^2) \cdot (T_p + T_g) \quad (III.32)$$

ϕ_{pg} : Facteur de forme gris pour l'échange radiatif entre les feuilles et le sol []

$$\phi_{ps} = \frac{1}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + \frac{1}{F_{pg}} + \frac{1-\varepsilon_g}{\varepsilon_g}} \quad (III.33)$$

F_{pg} : Facteur de forme géométrique entre les feuilles et le sol []

ε_p : Émissivité du feuillage de la canopée []

ε_g : Émissivité de la face supérieure du sol []

En considérant la distance moyenne entre les feuilles et la face supérieure du sol petite devant la dimension du toit : $F_{pg} \approx 1$

III.1.2.3.4. Transfert de chaleur par diffusion de vapeur dans le sol :

III.1.2.3.4.a. Face supérieure du sol :

Le coefficient d'échange de chaleur par diffusion de vapeur selon la référence est

$$h_{difgs} = \Delta(T_{gt}) \cdot D_{vT_{gt}}(w) \quad (III.34)$$

$\Delta(T_{gt})$: chaleur latente de vaporisation [$J \cdot kg^{-1}$] à la température T_{gt} [K] :

$$\Delta(T_{gt}) = 4186.9 \cdot (597 - 0.56 \cdot (T_{gt} - 273.15)) \quad (III.35)$$

$D_{vT_{gt}}(w)$: coefficient de diffusivité non isotherme de vapeur [$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1} \cdot K^{-1}$]

Après avoir considéré une série d'hypothèses, la référence [14] propose la relation suivante :

$$D_{vT_{gt}}(w) = \left(\frac{\Delta(T_{gt}) \cdot D}{R_v^2 \cdot T_{gt}^3} \right) \cdot \left(\frac{P \cdot P_v}{P - P_v} \right) \quad (III.36)$$

D : coefficient de diffusion de vapeur dans l'air [$m^2.s^{-1}$].

R_v : constante de gaz de la vapeur d'eau [$J.Kg^{-1}.K^{-1}$].

T_{gt} : température absolue de la face supérieure du sol [K]

P : pression totale [Pa]

P_v : pression partielle de vapeur dans le sol [Pa] qui est donnée par la relation thermodynamique

$$P_v = P_s \cdot \exp\left(\frac{g\psi}{R_v T}\right) \quad (III.37)$$

P_s : pression de vapeur saturante [Pa]

L'équation de Bertrand est utilisée pour le calcul de la pression de vapeur saturante.

$$P_s = 10^{(17,443 - \frac{2795}{T} - 3,868 \cdot \log_{10}(T))} \quad (III.38)$$

g: accélération de pesanteur [$m.s^{-2}$]

ψ : potentiel total d'eau en équilibre avec la vapeur [m]

La diffusion de vapeur dans un milieu poreux est évidemment plus lente que dans l'air libre; l'expression de D de l'équation III.36 comme fonction linéaire de la porosité du milieu est donc envisageable.

$$D = \alpha \cdot D_0 \cdot \varepsilon \quad (III.39)$$

D_0 : coefficient de diffusion de vapeur dans l'air libre [$m^2.s^{-1}$]

ε : porosité du sol

α : valeur adimensionnelle constante comprise entre 0.58 et 0.67 [13]

Pour des systèmes idéaux de boules, indépendamment des systèmes d'empaquetage, la relation entre la densité et la porosité est exprimée comme suit [13] :

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right) \quad (III.40)$$

ρ : densité apparente du sol [$kg.m^{-3}$]

$$\rho = \left(\frac{\text{masse des particules}}{\text{volume total du corps se dispersant}}\right) \quad (III.41)$$

ρ_s : gravité spécifique des particules [$kg.m^{-3}$]

$$\rho_s = \left(\frac{\text{masse des particules sèches}}{\text{volume occupé par les phases solides}}\right) \quad (III.42)$$

Si ρ et ρ_s sont connues alors ε peut être calculer à partir de (eq.III.40).

D'une part, une quantité d'eau inférieure au point de fanaison rend le sol absolument incultivable. D'autre part, une humidité du sol supérieure à la capacité du sol peut détruire la racine des plantes par asphyxie. Ainsi, une humidité du sol comprise entre ces deux limites sera considérée.

Le potentiel d'eau définit son état de liaison au sol ou l'énergie qu'il faudrait fournir pour l'extraire du sol.

Le potentiel total d'eau ψ [m] en équilibre avec la vapeur, est évalué par la relation fonctionnelle suivante

$$\psi = \psi_{wp} + \frac{\psi_{fc} - \psi_{wp}}{w_{fc} - w_{wp}} (w - w_{wp}) \quad (\text{III.43})$$

w_{wp} : humidité volumétrique au point de fanaison []

w_{fc} : humidité volumétrique à la capacité du sol []

ψ_{wp} : potentiel d'eau au point de fanaison [m]

ψ_{fc} : potentiel d'eau à la capacité du sol [m]

III.1.2.3.4.b. Face inférieure du sol :

D'une manière préalable, la relation ci-après a été retenue pour calculer le coefficient de diffusion non isotherme de vapeur à la face inférieure du sol [14]:

$$h_{diffgi} = \Delta(T_{st}) \cdot D_{vT_{st}}(w) \quad (\text{III.44})$$

Où $\Delta(T_{st})$ et $D_{vT_{st}}(w)$ sont respectivement la chaleur latente de vaporisation [$J.Kg^{-1}$] et la diffusivité non isotherme de vapeur [$m^2.s^{-1}$] à température T_{st} [K] et à humidité volumétrique w du sol. Elles se calculent de façon semblable que précédemment (II.35 et III.36).

III.1.2.3.5. Transfert de chaleur par transpiration des feuilles :

La pression de vapeur a été adoptée comme une fonction de contrainte appropriée, le flux d'énergie consommée pour laisser l'eau dans les feuilles s'évaporer peut ainsi être calculé par [14]

$$\varphi_{trpa} = h_{trpa}(e_p - e_a) \quad (\text{III.45})$$

Avec

$$h_{trpa} = -2 \cdot lai \cdot \frac{(\rho c)_a}{r_e + r_i} \quad (\text{III.46})$$

Selon [15], la différence $(e_p - e_a)$ peut s'écrire:

$$(e_p - e_a) = \delta_{air}(T') * (T_p - T_a) + (e_a^* - e_a) \quad (\text{III.47})$$

ou $\delta_{air}(T')$ représente la pente de la courbe de vapeur à la température T' [°C] tel que :

$$\delta_{air}(T') = \frac{2504 \cdot 10^3}{(T + 237.3)^2} * \exp\left(\frac{17.27 \cdot T}{T + 237.3}\right) \quad (\text{III.48})$$

avec

$$T_p < T' < T_a \quad (\text{III.49})$$

et e_a^* est la pression de vapeur saturante à la température T_a tel que [16]:

$$e^*(T) = 610.78 * \exp\left(\frac{17.2694*T}{T+238.3}\right) \quad (\text{III.50})$$

et

$$e_a(\theta) = \frac{P*\theta}{0.62198+\theta} \quad (\text{III.51})$$

P : pression atmosphérique [Pa]

θ : humidité absolue de l'air de la canopée [kg/kg]

III.1.2.4 Modèle des flux de vaporisation :

III.1.2.4.a- Entre l'air de la canopée et les feuilles :

La référence [14] donne une relation pour exprimer le flux de vaporisation entre l'air de la canopée et les feuilles.

$$\varphi_{vapap} = 2.lai.\frac{(\rho c)_a}{\Delta\gamma(r_e+r_i)}(e_p - e_a) \quad (\text{III.52})$$

r_e : Résistance externe de la canopée [$s.m^{-1}$]

e_p et e_a : Pressions de vapeur d'eau respectivement à la surface des feuilles et dans l'air de la canopée tel que l'expression de $(e_p - e_a)$ est identique à celle de l'équation (III.47)

r_i : résistance globale stomatale [$s.m^{-1}$]

$$r_i = r_{min}\tilde{r}_1(\varphi_s).\tilde{r}_1(T_p).\tilde{r}_1(CO_2).\tilde{r}_1(e_p - e_a) \quad (\text{III.53})$$

r_{min} : résistance possible minimale, dont l'ampleur a une origine purement physiologique

\tilde{r}_1 : fonctions sans dimensions supérieures à l'unité évaluant quantitativement l'accroissement relatif de la résistance interne, chaque fois qu'un paramètre limite le taux de transfert de vapeur d'eau.

$$\tilde{r}_1(\varphi_s) = \frac{\overline{\varphi_s}+C_1}{\overline{\varphi_s}+C_2} ; C_1 > C_2 \quad (\text{III.54})$$

$$\overline{\varphi_s} = \frac{\varphi_s}{2.lai} \quad (\text{III.55})$$

$$\tilde{r}_1(T_p) = 1 + C_3(T_p - T_m)^2 \quad (\text{III.56})$$

$$\tilde{r}_1(CO_2) = 1 + C_4(CO_2 - 200)^2 \quad (\text{III.57})$$

$$\tilde{r}_1(e_p - e_a) = 1 + C_5(e_p - e_a)^2 \quad (\text{III.58})$$

Pour une culture de tomate, on propose les valeurs suivantes dans:

$$r_{min} = 82 \text{ s.m}^{-1}$$

$$C_1 = 4.3; C_2 = 0.54; C_3 = 2.3 \cdot 10^{-2}; C_4 = 6.1 \cdot 10^{-7}; C_5 = 4.3 \cdot 10^{-7};$$

CO_2 : concentration de CO_2 dans l'air de la canopée. $CO_2 = 330 \text{ ppmv}$

La résistance interne d'une canopée est alors

$$r_i = f \cdot r_{i,tomate} \quad (\text{III.59})$$

étant le coefficient pour permettre de représenter qu'une canopée s'évapore plus ($f < 1$) ou moins ($f > 1$) par rapport à une culture de tomate.

III.1.2.4.b. Entre l'air de la canopée et la surface du sol :

La pression de vapeur étant choisie comme une fonction de contrainte appropriée, par analogie avec le phénomène de convection entre l'air de la canopée et la face supérieure du sol, le flux de vapeur d'eau entre ces deux milieux est représenté par:

$$\varphi_{vapag} = \frac{1}{\Delta(T_a) \cdot \gamma} \cdot h_{cvag} \cdot (e_g - e_a) \quad (\text{III.60})$$

$\Delta(T_a)$: chaleur latente de vaporisation [$\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1}$] à la température [K]

γ : constante psychrométrique thermodynamique [$\text{Pa} \cdot \text{K}^{-1}$]

h_{cvag} : coefficient d'échange convectif [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$] entre l'air de la canopée et la face supérieure du sol

e_g et e_a sont respectivement les pressions de vapeur d'eau à la face supérieure du sol et dans l'air de la canopée. Par analogie avec l'équation (III.47), $(e_g - e_a)$ peut s'écrire comme suit:

$$(e_g - e_a) = \delta_{air}(T'_2) * (T_g - T_a) + (e_a^* - e_a) \quad (\text{III.61})$$

ou T'_2 est une température comprise entre T_g et T_a

III.1.2.4.c. Entre l'air de la canopée et l'air à l'extérieur de la canopée :

D'une manière analogue que précédemment :

$$\varphi_{vapam} = \frac{1}{\Delta(T_a) \cdot \gamma} \cdot h_{cvam} \cdot (e_m - e_a) \quad (\text{III.62})$$

$\Delta(T_a)$: chaleur latente de vaporisation [$\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1}$] à la température [K]

γ : constante psychrométrique thermodynamique [$\text{Pa} \cdot \text{K}^{-1}$]

h_{cvam} : coefficient d'échange convectif [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$] entre l'air de la canopée et l'air ambiant

e_m et e_a sont respectivement les pressions de vapeur dans l'air ambiant et dans l'air de la canopée tel que [16]:

$$e_m = h_r * e_m^* \quad (\text{III.63})$$

h_r : humidité relative de l'air ambiant

e_m^* : pression de vapeur saturante à la température T_m

III.2.TOITURE ORDINAIRE EN BETON

La toiture ordinaire considérée est composée essentiellement du support de la toiture végétalisée; plus précisément de la structure (en béton, en acier ou en bois) sur laquelle repose le toit vert.

III.2.1. – MODELE MATHEMATIQUE ASSOCIE A LA TOITURE ORDINAIRE:

Une description schématique des différents transferts thermiques et massique ayant lieu au niveau du toit ordinaire en béton est représentée par la figure III-6. La figure III-7 représente le schéma électrique équivalent aux échanges de chaleurs.

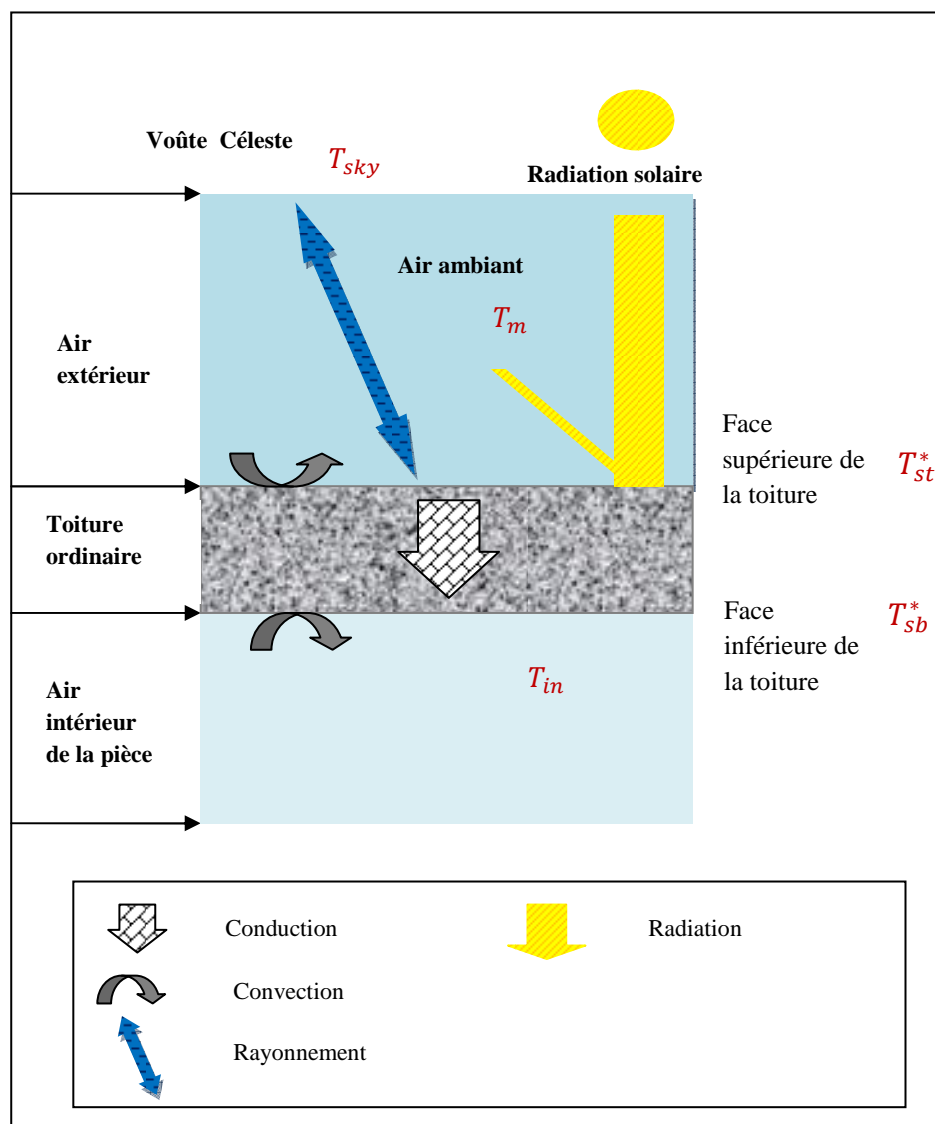


Figure III.6: Schéma descriptif des échanges thermiques au niveau d'un toit en béton ordinaire

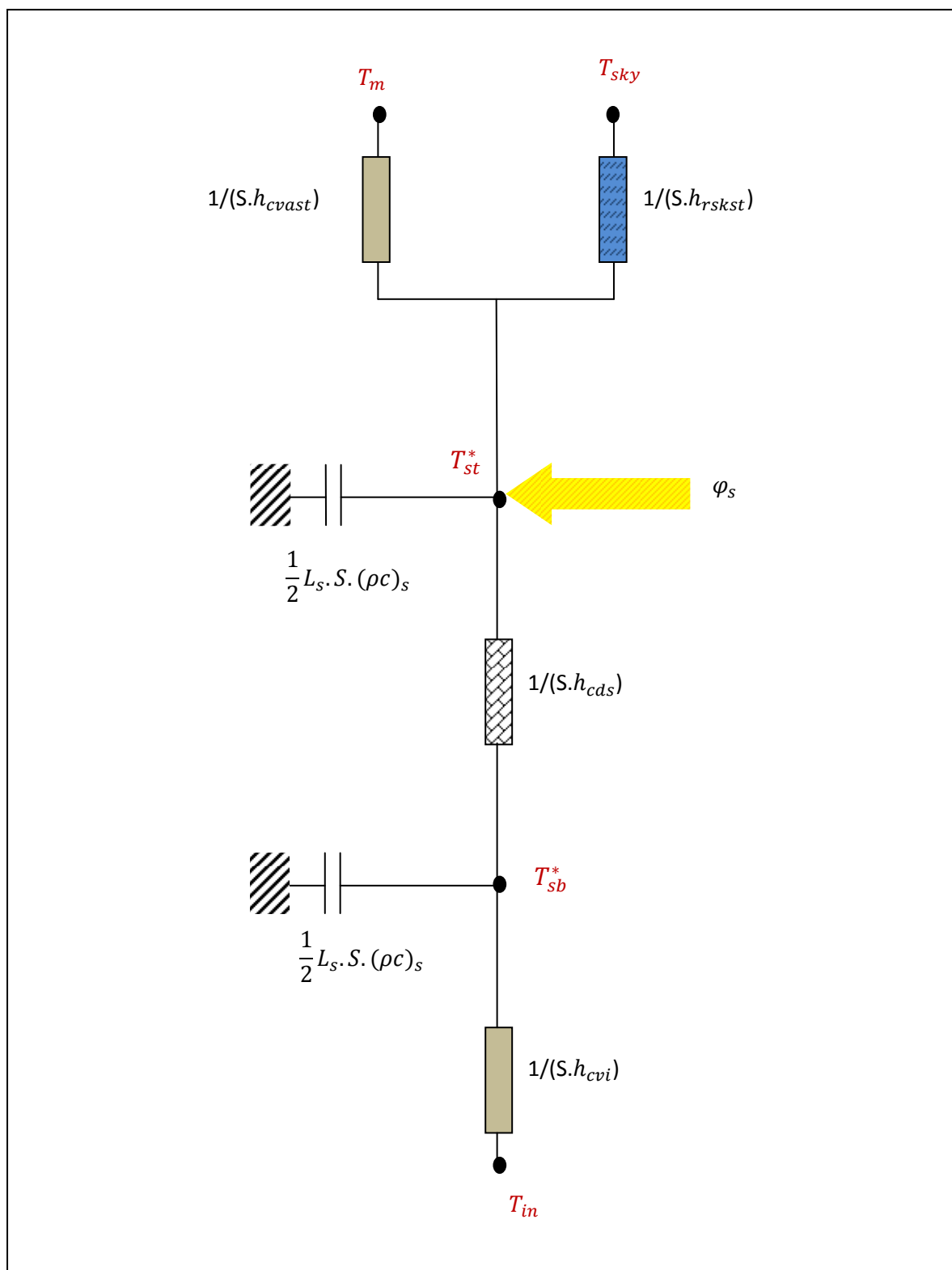


Figure.III.7: Schéma électrique équivalent aux transferts thermiques au niveau d'un toit en béton ordinaire

III.2.2. Equations de bilan thermique :

En suivant l'analogie électrique, les équations aux dérivées partielles suivantes qui traduisent les échanges thermiques au niveau du modèle considéré ont été obtenues.

Au niveau de la face supérieure de la toiture (nœud T_{st}^*)

$$\frac{L_s}{2}(\rho c)_s \frac{\partial T_{st}^*}{\partial t} = h_{cvast}(T_m - T_{st}^*) + h_{rskst}(T_{sky} - T_{st}^*) + h_{cds}(T_{sb}^* - T_{st}^*) + \varphi_{sol} \quad (\text{III.64})$$

Au niveau de la face inférieure de la toiture (nœud T_{sb}^*)

$$\frac{L_s}{2}(\rho c)_s \frac{\partial T_{sb}^*}{\partial t} = h_{cds}(T_{st}^* - T_{sb}^*) + h_{cvi}(T_{in} - T_{sb}^*) \quad (\text{III.65})$$

III.2.3. Modèle des coefficients d'échange thermique

III.2.3.1. Echange par conduction au niveau de la toiture

le coefficient d'échange par conduction h_{cds} au niveau de la toiture peut s'écrire comme suit:

$$h_{cds} = 2 \frac{\lambda_s}{L_s} \quad (\text{III.66})$$

λ_s : conductivité thermique de la toiture en béton [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]

L_s : épaisseur de la toiture [m]

Tout en considérant l'homogénéité de l'ensemble des matériaux solides composant la toiture, la conductivité thermique de cette couche reste constante.

III.2.3.2. Echange par rayonnement entre la voûte céleste et la toiture

Le coefficient d'échange thermique radiatif s'écrit [11] :

$$h_{rskst} = \sigma \cdot \phi_{skst} \cdot (T_{sky}^2 + T_{st}^{*2}) \cdot (T_{sky} + T_{st}^*) \quad (\text{III.67})$$

L'aire de la toiture par rapport à celle de la voûte céleste est pratiquement négligeable. De plus, en considérant le ciel comme corps noir, le facteur de forme gris entre le ciel et le toit s'écrit :

$$\phi_{skst} = \frac{1}{\frac{1-\varepsilon_{st}}{\varepsilon_{st}} + \frac{1}{F_{stsk}}} \quad (\text{III.68})$$

F_{stsk} : facteur de forme géométrique entre la toiture et la voûte céleste

$$F_{stsk} = \frac{1 + \cos(a)}{2} \quad (\text{III.69})$$

a : angle d'inclinaison du toit [rad]

ε_{st} : émissivité du matériau constituant la toiture

III.2.3.3. Echange par convection

Echange par convection entre la face supérieure de la toiture et l'air extérieur

La référence [11] nous donne une relation traduisant une convection mixte :

$$h_{cvast} = \frac{(\rho c)_a}{1045} [1,14. (|T_m - T_{st}^*|^{0.5}) + 6,97. v^{1.6}]^{0.5} \quad (\text{III.70})$$

v : vitesse du vent [m.s⁻¹]

$$\rho c_p(T) = \frac{1173,1 \cdot 303,16}{T} \quad (\text{III.71})$$

Echange par convection entre la face inférieure de la toiture et l'air intérieur

La formule de Hottel et Woertz [11] est retenu pour déterminer le coefficient d'échange convectif entre l'air intérieur de la pièce et la face inférieure de la toiture (on considère qu'elle est en contact direct avec la pièce) :

$$h_{cvi} = \frac{1,162(5,05 - 1,39.a + 0,277.a^2)}{|T_{in} - T_{sb}^*|^{0.25}} \quad (\text{III.72})$$

a : angle d'inclinaison du toit [°] ou [rad]

III.2.4. Apport solaire au système

Le flux solaire φ_{sol} absorbé par le système s'écrit:

$$\varphi_{sol} = \varepsilon_{st} * \varphi_s \quad (\text{III.73})$$

φ_s : Rayonnement global issue du soleil arrivant au sommet de la toiture. φ_s a la même expression que l'équation (III.8).

III.3 COMPARAISON DU COMPORTEMENT DU TOIT VERT PAR RAPPORT A LA TOITURE ORDINAIRE

Le but des simulations ci-dessous est de déterminer; d'une part l'effet de la toiture végétalisée par rapport à une toiture ordinaire sur la bâtisse en période diurne et en période nocturne; d'autre part, de comparer le comportement de cette dite toiture en été (à Mahajanga) et en hiver (à Antananarivo).

Pour ce faire, les données du Tableau III.2 suivant ont été utilisées:

Canopée:	Sol:	Support:
$LAI=3$	$L_g=0.1\text{ m}$	$L_s=0.1\text{ m}$
$K_1=0.8$	$\rho_g=1200\text{ kg.m}^{-3}$	$\lambda_s=1.75\text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$
$\rho_t=0.2$	$W=30\%$	$\varepsilon_s=0.63$
$\tau_t=0.2$	$\varepsilon_g=0.3$	$\rho_s=2500\text{ Kg.m}^{-3}$
$L_c=0.1\text{ m}$	$C_g=850\text{ J.Kg}^{-1}.K^{-1}$	$C_s=820\text{ J.Kg}^{-1}.K^{-1}$
$Df=0.001\text{ m}$	$\rho=0.2$	
$f=1$		

Tableau.III.2. : Données utilisées pour les simulations

III.3.1.Comportement de la toiture végétalisée par rapport à une toiture ordinaire à Antananarivo en hiver

Le climat d'Antananarivo est caractérisé par des journées chaudes et des nuits fraîches. Pour la simulation, les données météorologiques durant 4 jours au mois de juin 2007 [13] ont été utilisées. Les résultats obtenus sont:

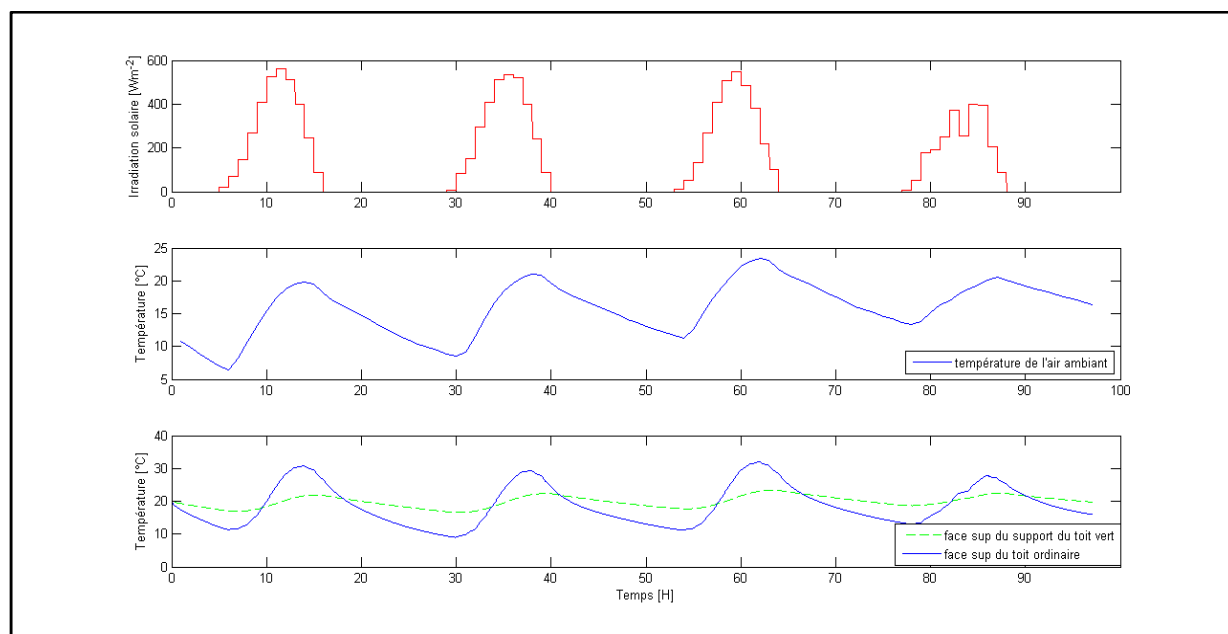


Figure III.8 : Evolution temporelle de la température de la face supérieure du toit ordinaire et celle du support de la toiture végétalisée

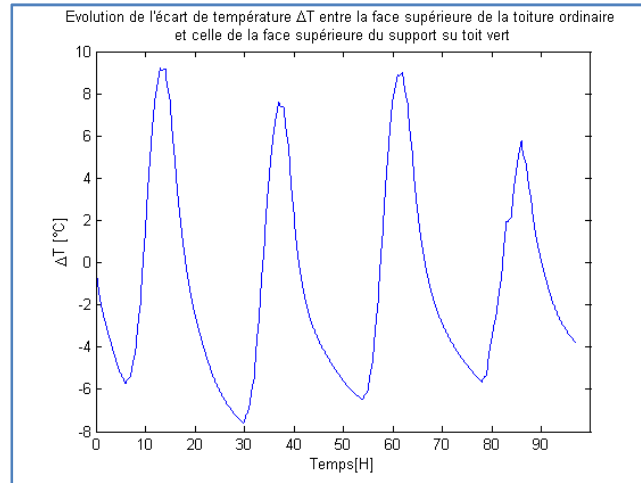


Figure III.9: Ecart de température entre la face supérieure du toit ordinaire et la face supérieure du support de la toiture végétalisée

III.3.2. Comportement de la toiture végétalisée par rapport à une toiture ordinaire en été à Mahajanga

Le climat de Mahajanga est caractérisé par une journée chaude et une nuit chaude. Pour la simulation, les données météorologiques durant 4 jours au mois de janvier 2007 ont été utilisées. Les résultats obtenus sont:

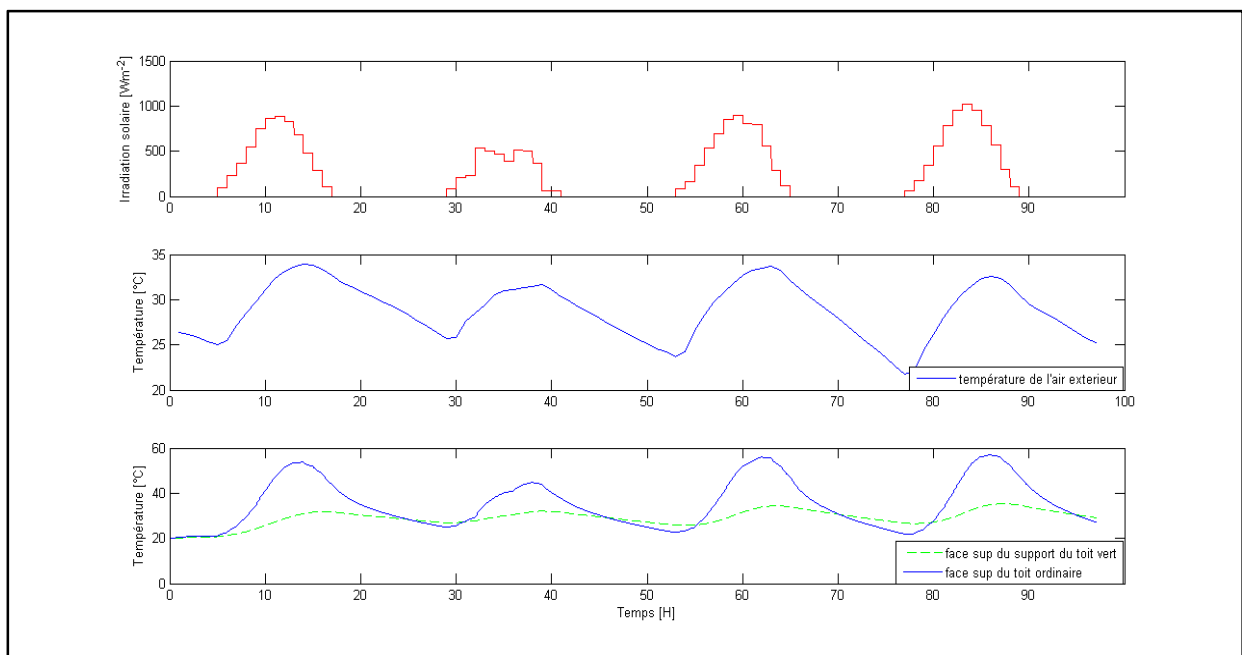


Figure III.10 : Evolution temporelle de la température de la face supérieure du toit ordinaire et celle du support de la toiture végétalisée

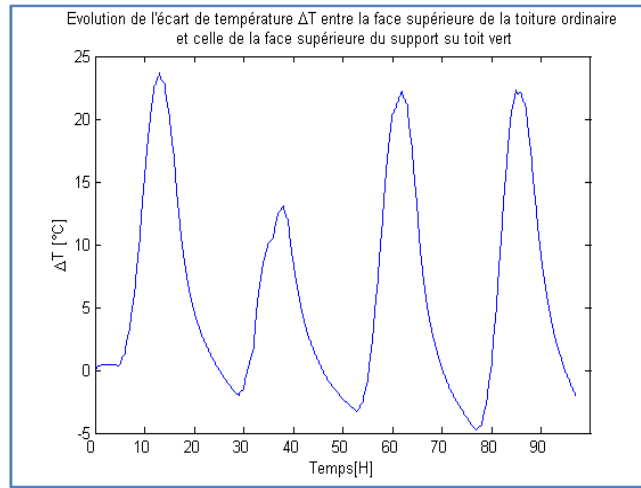


Figure.III.11: Ecart de température entre la face supérieure du toit ordinaire et la face supérieure du support

III.3.3 Interprétations

- D'après les figures III.8 et III.10; la température du support de la toiture végétalisée est inférieure à celle de la face supérieure de la toiture ordinaire en période diurne, tandis qu'en période nocturne l'inverse se produit telle que la température du support du toit vert est supérieure à celle du toit ordinaire. Ce résultat est en accord avec les expériences menées au Laboratoire de Physique du Bâtiment et des Systèmes (LPBS) de l'île de la Réunion; tel que, La toiture végétalisée diminue le flux de chaleur entrant par le toit lors de la journée et freine la restitution de la chaleur accumulée dans la journée, une fois la nuit tombée [17].
- D'après la figure III.11, le système de toit vert est plus efficace le jour en été, avec un gain de température maximal de 24°C à Majunga. Tandis qu'en hiver, d'après la figure III.9 et les résultats des expériences menées à l'île de la Réunion [17], le toit vert peut jouer le rôle d'un radiateur.

III.4.ANALYSE DE SENSIBILITE PARAMETRIQUE DU MODELE DE LA TOITURE VEGETALISEE AVEC L'OUTIL GoSAT

D'après les résultats précédents, le comportement de la toiture végétalisée en période diurne est différent de son comportement en période nocturne. Le but de cette analyse de sensibilité est de déterminer les paramètres influents sur le gain ΔT de façon à améliorer le comportement du système de toit vert.

Pour ce faire, l'étude de sensibilité paramétrique se fera dans un premier lieu en période diurne puis en période nocturne

III.4.1.Paramétrage du modèle étudié

Les tableaux III.3.a à g regroupent les paramètres mis en cause dans le modèle étudié; le problème consiste à trouver les facteurs influents sur la sortie observée parmi les 53 présents.

Tableau III.3.a : constantes physiques

N°	Symbole	Description	Gamme de variation	Valeur	Unité
1	σ	Constante de Stefan-Boltzmann	$[5.671 : 5.699] \times 10^{-8}$	5.67×10^{-8}	$[W.m^{-2}.K^{-4}]$
2	g	Intensité de la pesanteur	[9.79 : 9.82]	9.81	$[m.s^{-2}]$
3	R_v	Constante spécifique de gaz pour la vapeur d'eau	[460 : 462]	461.495	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$
4	R_a	Constante spécifique de gaz pour l'air sec	[285 : 288]	287.058	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$
5	D_0	Coefficient de diffusion de vapeur dans l'air libre	$[0.6 : 0.65] \times 10^{-4}$	0.6×10^{-4}	$[m^2.s^{-1}]$
6	α	Valeur adimensionnelle constante	[0.58 : 0.67]	0.62	[]
7	c_{pv}	Chaleur spécifique de la vapeur d'eau	[1840 : 1860]	1850	$[J.Kg^{-1}.K^{-1}]$
8	c_{pa}	Chaleur spécifique de l'air sec	[1000 : 1010]	1004	$[J.Kg^{-1}.K^{-1}]$

Tableau II.3.b : paramètres géométriques et thermophysiques de la canopée et de l'air de la canopée

N°	Symbole	Description	Gamme de variation	Valeur	Unité
9	LAI	Indice de surface foliaire(leaf area index)	[1 : 5]	2	[]
10	l	Longueur caractéristique des feuilles	[0.05 : 0.3]	0.2	[m]
11	f	Coefficient d'évaporation par rapport a la culture de tomate	[0.5 : 2]	1	[]

12	τ_t	Facteur de transmission du tissu des feuilles	[0.1 :0.4]	0.2	[]
13	ρ_t	Réfectivité du tissu des feuilles	[0.1 :0.4]	0.2	[]
14	l_c	Epaisseur de la canopée	[0.02 :0.1]	0.1	[m]
15	k_1	Coefficient d'extinction grande longueur d'onde	[0.5 :1.1]	1.1	[]
16	d	Epaisseur moyenne des feuilles	[0.001 :0.004]	0.001	[m]
17	ρ_p	Densité moyenne des feuilles	[750 :850]	850	[Kg.m ⁻³]
18	c_p	Chaleur spécifique des feuilles	[600 :1000]	800	[J.Kg ⁻¹ .K ⁻¹]
19	ρ_∞	Réfectivité d'une canopée dense	[0.15 :0.3]	0.23	[]

Tableau.III.3.c : paramètres issus de la culture de référence

N°	Symbole	Description	Gamme de variation	Valeur	Unité
20	a	paramètre issu de la culture de tomate	[1150 :1180]	1174	[]
21	b	paramètre issu de la culture de tomate	[200 :210]	207	[]
22	m	paramètre issu de la culture de tomate	[0.2 :0.9]	0.5	[]
23	n	paramètre issu de la culture de tomate	[0.2 :0.3]	0.25	[]
24	r_{min}	paramètre issu de la culture de tomate	[81 :83]	82	[s.m ⁻¹]
25	C_1	paramètre issu de la culture de tomate	[4 :4.5]	4.3	[]
26	C_2	paramètre issu de la culture de tomate	[0.5 :0.6]	0.54	[]
27	C_3	paramètre issu de la culture de tomate	[0.02 :0.025]	0.023	[]
28	C_4	paramètre issu de la culture de tomate	$[6 :6.2] \times 10^{-7}$	6.1×10^{-7}	[]
29	C_5	paramètre issu de la culture de tomate	$[4.1 :4.5] \times 10^{-7}$	4.3×10^{-7}	[]

Tableau III.3.d :paramètres géométriques et thermophysique du sol

N°	Symbol e	Description	Gamme de variation	valeur	Unité
30	L_g	Epaisseur du sol	[0.1 :0.3]	0.1	[m]
31	P	Densité apparente du sol	[1000 :1400]	1200	[Kg.m ⁻³]

32	w	Humidité volumétrique du sol	[0.2 :0.4]	0.3	[]
33	ε_g	Emissivité de la face supérieure du sol	[0.2 :0.9]	0.3	[]
34	ρ_s	Gravité spécifique des particules	[2500 :3000]	2700	[Kg.m ⁻³]
35	ω_{wp}	Humidité volumétrique au point de fanaison	[0.1 :0.2]	0.15	[]
36	ω_{fc}	Humidité volumétrique à la capacité du sol	[0.2 :0.4]	0.3	[]
37	ψ_{wp}	Potentiel d'eau au point de fanaison	$[-10^{-6.2}; -10^{-6}]$	$-10^{-6.15}$	[m]
38	ψ_{fc}	Potentiel d'eau à la capacité du sol	$[-10^{-5}; -10^{-4.5}]$	$-10^{-4.71}$	[m]
39	ρ_g	Réflectivité du sol	[0.1 :0.3]	0.2	[]
40	c_g	Chaleur spécifique du sol	[750 :1000]	850	[J.Kg ⁻¹ .K ⁻¹]

Tableau III.3.e :paramètres géométriques du toit

N°	Symbole	Description	Gamme de variation	valeur	Unité
41	h	Altitude du toit	[5 :50]	10	[m]
42	inclin	Inclinaison du toit	[0 :45]	20	[°]
43	az_t	Azimet du toit	[81 :99]	90	[°]

Tableau III.3.f : paramètres géométriques et thermo physiques du support

N°	Symbole	Description	Gamme de variation	Valeur	Unité
44	λ_s	Conductivité thermique du support	[1 :3]	1.75	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
45	l_s	Epaisseur du support	[0.05 :0.2]	0.1	[m]
46	ρ_s	Densité du support	[2250 :2750]	2500	[Kg.m ⁻³]
47	c_s	Chaleur spécifique du support	[750 :1000]	820	[J.Kg ⁻¹ .K ⁻¹]
48	ε_s	Emissivité du support/toiture	[0.5:0.8]	0.63	[]

Tableau III.3.g : Paramètres divers

N°	Symbole	Description	Gamme de variation	valeur	Unité
49	R	Taux d'échange d'air	[0.033 :0.25]	0.278	[s ⁻¹]
50	h_g	Coefficient de convection globale(valeur adoptée)	[1 :3]	2	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
51	T_{in}	Température dans la chambre	[15 :30]	20	[°C]
52	p	Pression totale	[100311 :111457]	101325	[pa]
53	C_{O_2}	Concentration de CO2	[300 :400]	330	[ppmv]

III.4.2.Analyse de sensibilité du modèle de la toiture végétalisée en couche mince avec GoSAT en période diurne

Pour déterminer les paramètres influents sur le système de toiture végétalisée par rapport au toit ordinaire en béton en période diurne, la méthode de screening de Morris sera utilisée en premier lieu puis la methode FAST et cela avec GoSAT. La sortie choisie pour ces deux analyses étant l'écart de température ΔT entre la face supérieure du toit vert et la face supérieure de la toiture ordinaire. Tel que: $\Delta T = T_{st}^* - T_{st}$ avec $T_{st}^* > T_{st}$.

III.4.2.1.Résultats obtenus lors de l'analyse du modèle de la toiture végétalisée en couche mince (Sortie observée : Ecart de température entre la face supérieure du support du toit vert et la face supérieure de la toiture ordinaire en période diurne)

III.4.2.1.a. Resultats de l'analyse de Morris

Les figures III.12.a à III.12.h illustrent les résultats obtenus lors de l'application de la Méthode de Morris sur le modèle de la toiture végétalisée en couche mince. Le but est d'identifier les paramètres les moins influents du système afin de faciliter le choix des fréquences lors de la méthode FAST

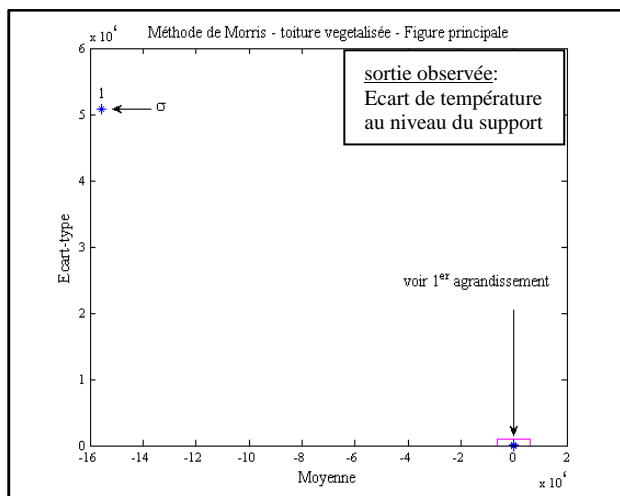


figure.III.12.a

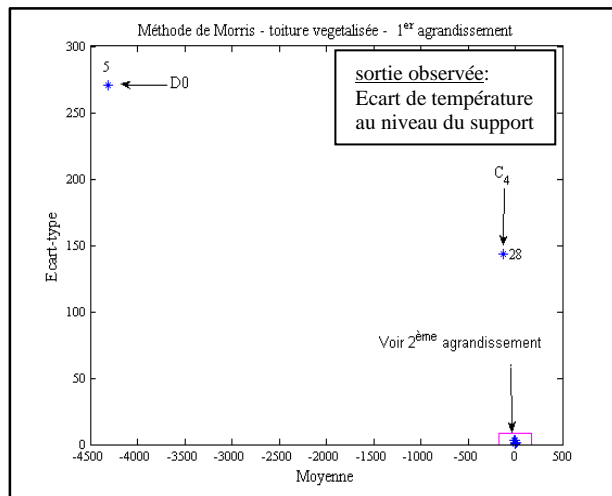


figure.III.12.b

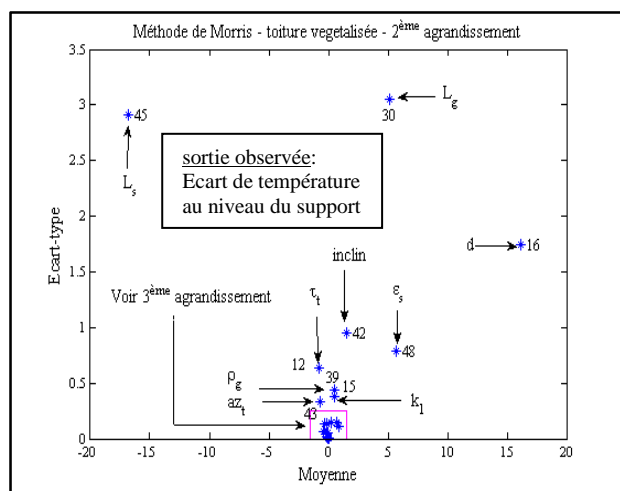


figure.III.12.c

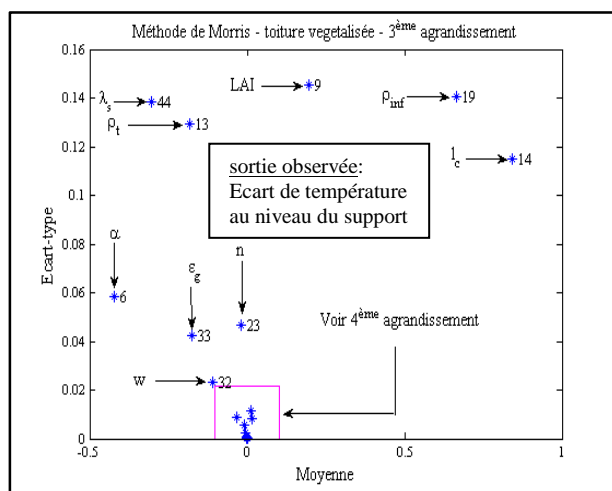


figure.III.12.d

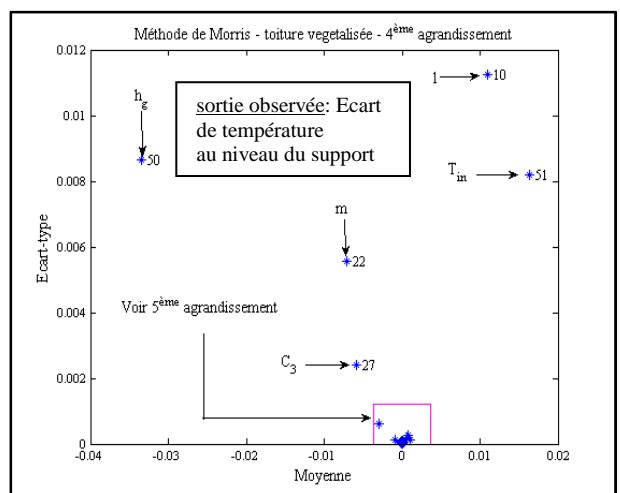


figure.III.12.e

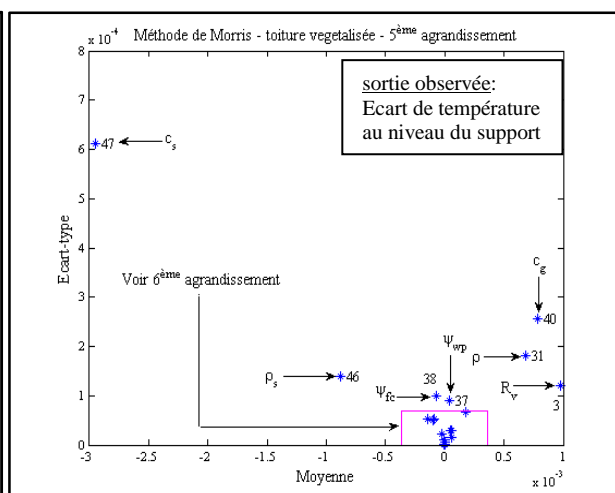


figure.III.12.f

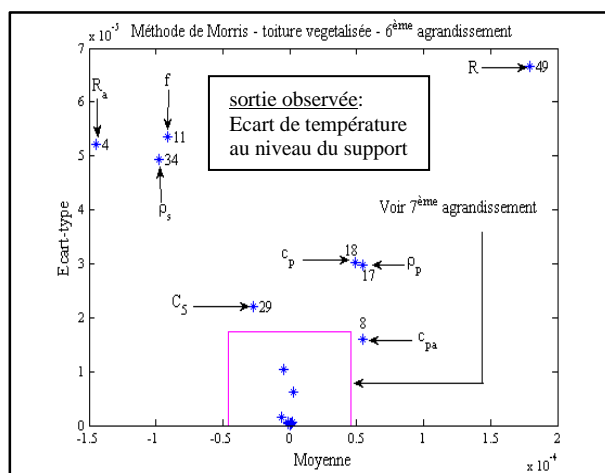


figure.III.12.g

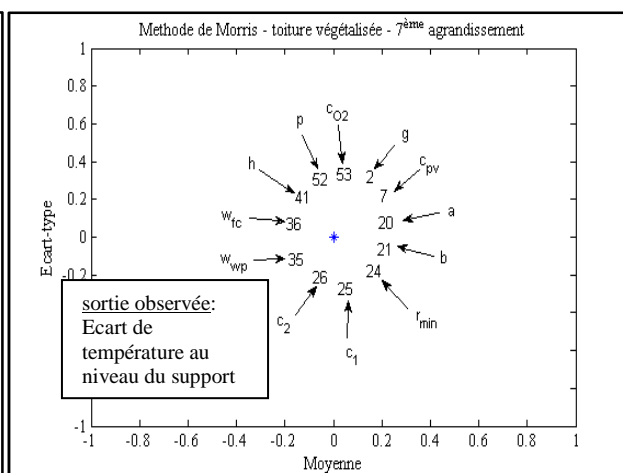


figure.III.12.h

figure.III.12.(a,b,c,d,e,f,g,h): Mise en évidence des effets individuels des paramètres du modèle sur l'écart des températures observés entre la face supérieure de la toiture végétalisée et la face supérieure de la toiture ordinaire

Ces figures montrent le sens des effets des paramètres sur la sortie lorsqu'ils sont variés individuellement. Ainsi, les figurants de la figure III.12.h n'ont aucun effet sur la sortie du modèle. Parmi les 53 paramètres du modèle étudié, 12 n'ont donc aucune influence sur l'écart de température entre la face supérieure du support de la toiture végétalisée et la face supérieure de la toiture ordinaire. Il est important de noter que la méthode de Morris ne permet pas de savoir l'ordre de prépondérance des paramètres qui est crucial pour l'optimisation du système; d'où le recours à la méthode FAST de l'outil GoSAT.

III.4.2.1.b. Résultats obtenus par l'outil GoSAT avec la méthode FAST sur le modèle de la toiture en couche mince

Compte tenu des résultats de l'analyse de Morris, et afin d'éviter autant que possible les chevauchements des fréquences lors de la méthode FAST, les fréquences du tableau III.4 ont été attribuées aux facteurs du modèle

Tableau III.4: Paramètres du modèle du toit vert et de la toiture ordinaire et fréquences associées

Paramètre N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Symbole	σ	g	R_v	R_a	D_0	α	c_{pv}	c_{pa}	LAI	l	F	τ_t	ρ_t	l_c	k_1	\underline{d}	ρ_p	c_p	ρ_∞
Fréquence	201	223	127	229	239	351	269	271	283	307	331	347	3	5	219	17	7	123	29

Paramètre N°	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
Symbole	a	b	m	n	r_{min}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	L_g	ρ	ω	ε_g	ρ_s	ω_{op}
Fréquence	31	37	41	47	147	53	59	61	107	71	173	179	83	89	97	367

ParamètreN°	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Symbole	ω_{fc}	ψ_{op}	ψ_{fc}	ρ_g	C_g	h	inclin	az_t	λ_s	l_s	ρ_s	c_s	ε_{st}	R	h_g
Fréquence	383	409	419	431	133	449	457	461	463	483	77	311	129	247	469

Paramètre N°	51	52	53
Symbole	T_{in}	P	C_{02}
Fréquence	277	91	313

Les figures III.13.a à III.13.h présentent les spectres obtenus par le logiciel FAST après l'application de la méthode FAST sur le modèle.

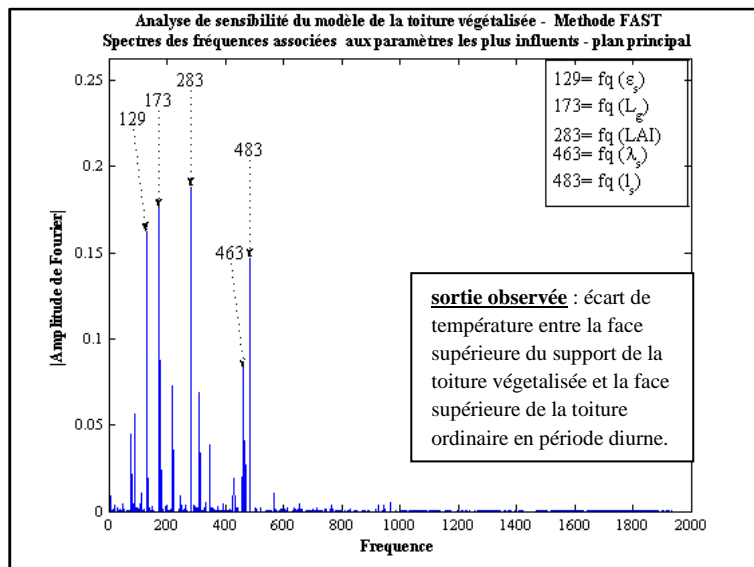


figure.III.13.a:
identification des deux premiers paramètres les plus influents du modèle

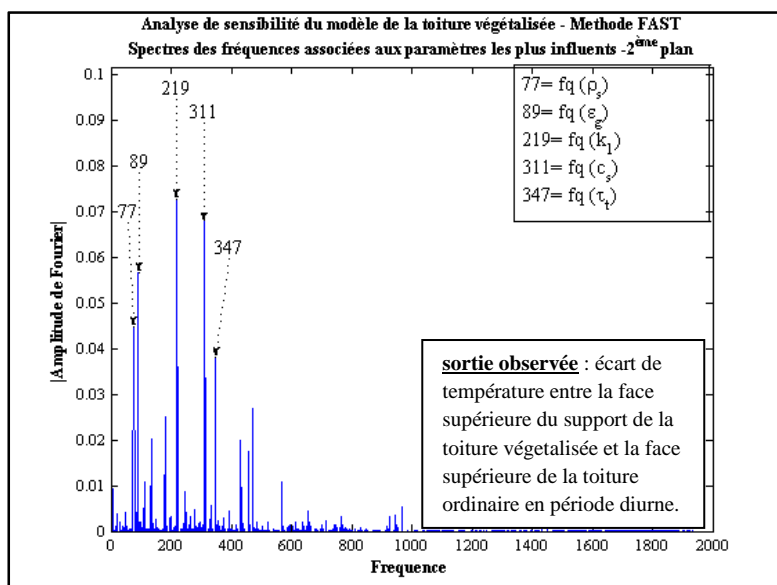


figure.III.13.b:
Deuxième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur le premier plan

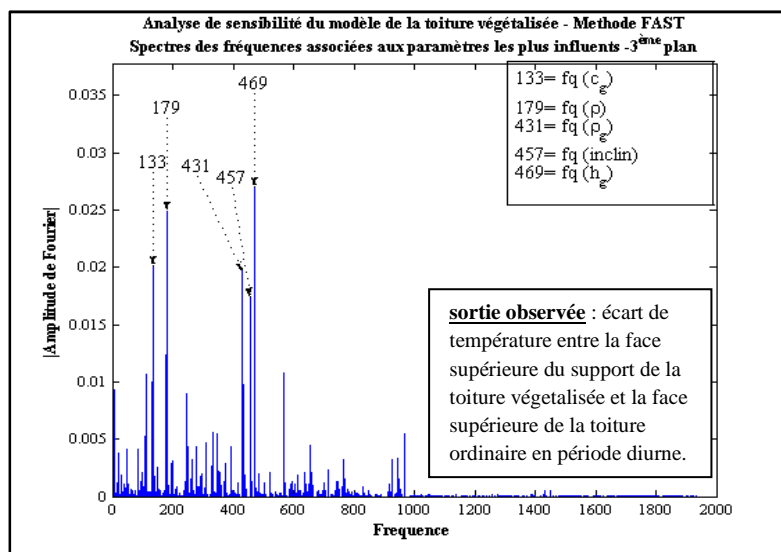


figure.III.13.c:

Troisième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les deux premiers plans

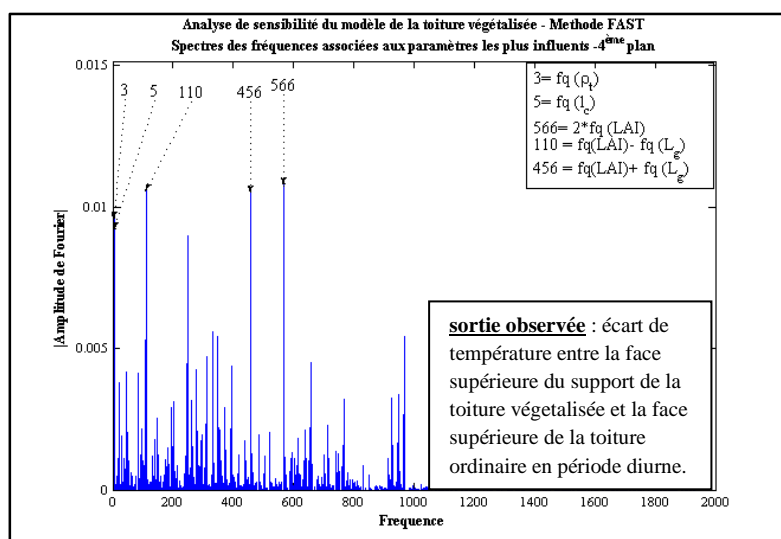


figure.III.13.d:

Quatrième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les trois premiers plans

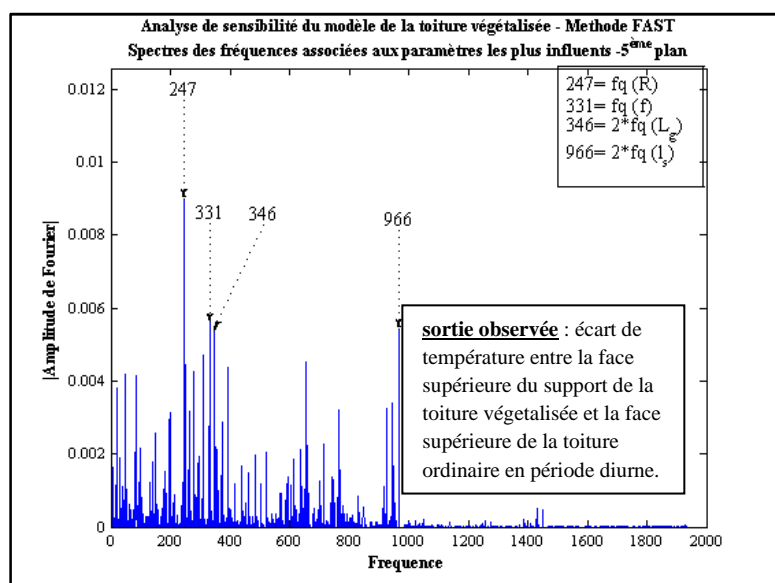


figure.III.13.e:

Cinquième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les quatre premiers plans

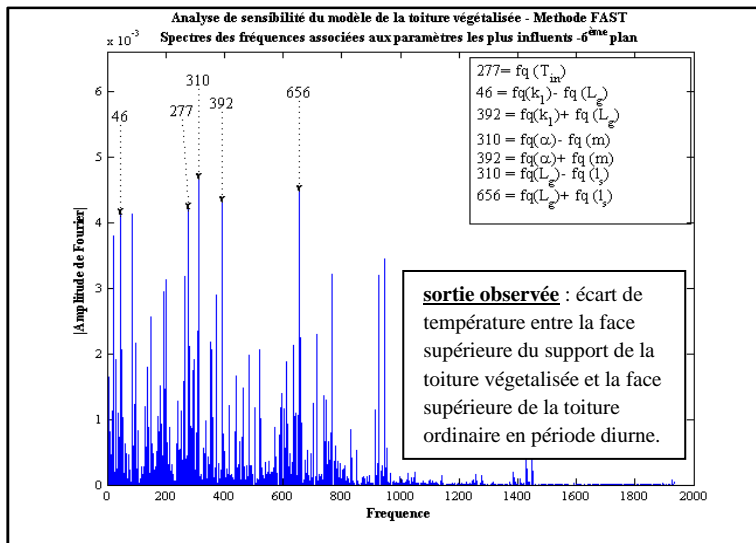


figure.III.13.f: Sixième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les cinq premiers plans

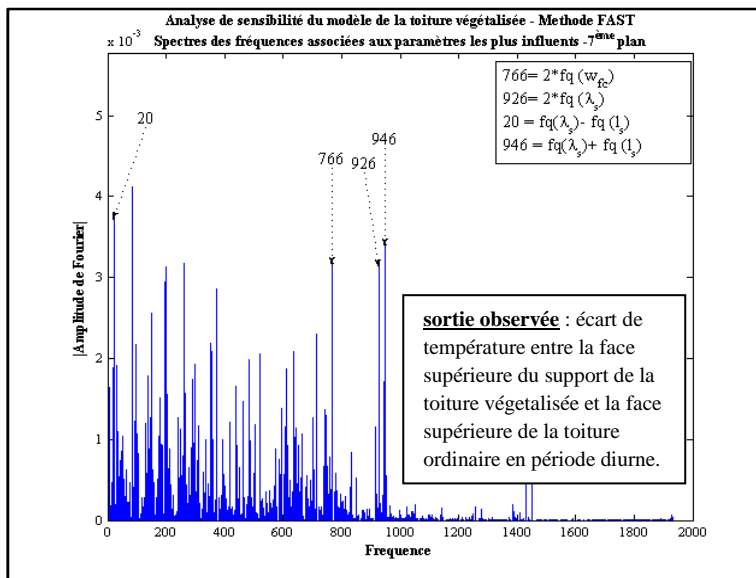


figure.III.13.g: Septième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les six premiers plans

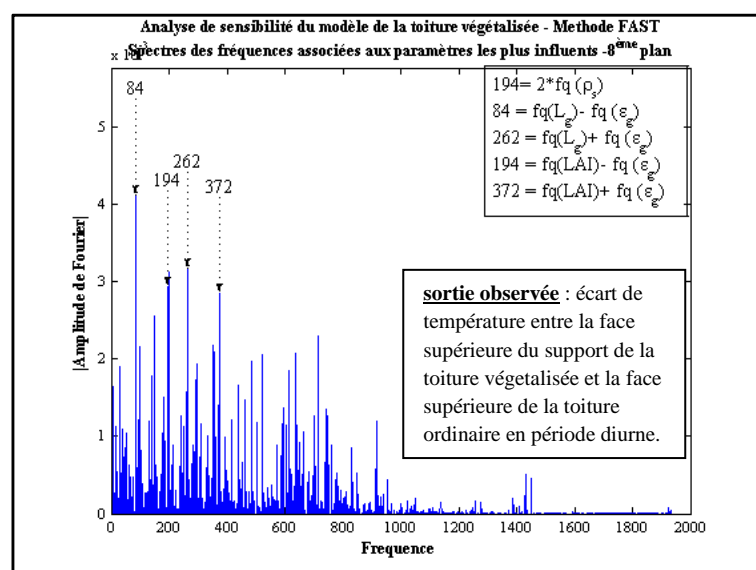


figure.III.13.h: Huitième et dernier plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les plans précédents

L'analyse de ces spectres par GoSAT donne l'expression du métamodèle approchant l'écart de température entre la face supérieure du support de la toiture végétalisée et la face supérieure de la toiture ordinaire en période diurne. Ce métamodèle s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned} \Delta T = & 11.1563 + 0.3237 * \langle \varepsilon_s \rangle + 0.35227 * \langle L_g \rangle + 0.37971 * \langle LAI \rangle - 0.16623 * \langle \lambda_s \rangle - 0.30258 * \\ & \langle L_s \rangle - 0.09057 * \langle \rho_s \rangle - 0.11474 * \langle \varepsilon_g \rangle + 0.14625 * \langle k_1 \rangle - 0.13668 * \langle C_s \rangle - 0.07751 * \langle \tau_t \rangle + 0.040312 \\ & * \langle C_g \rangle + 0.050077 * \langle \rho \rangle + 0.040483 * \langle \rho_g \rangle - 0.03483 * \langle \text{inclin} \rangle - 0.055537 * \langle h_g \rangle - 0.019213 * \langle \rho_t \rangle \\ & + 0.018515 * \langle L_c \rangle + 0.018062 * \langle R \rangle + 0.011354 * \langle f \rangle - 0.0085882 * \langle T_{in} \rangle - 0.0043312 * \langle \rho_s \rangle - \\ & 0.0044426 * \langle \alpha \rangle - 0.044447 * \langle LAI \rangle * \langle LAI \rangle - 0.042835 * \langle LAI \rangle * \langle L_g \rangle - 0.021193 * \langle L_g \rangle * \\ & \langle L_g \rangle + 0.02428 * \langle l_s \rangle * \langle l_s \rangle - 0.016835 * \langle k_1 \rangle * \langle L_g \rangle - 0.00037889 * \langle \alpha \rangle * \langle m \rangle - 0.018855 \\ & * \langle L_g \rangle * \langle L_s \rangle - 0.013553 * \langle w_{fc} \rangle * \langle w_{fc} \rangle + 0.014393 * \langle \lambda_s \rangle * \langle \lambda_s \rangle - 0.015185 * \langle \lambda_s \rangle * \langle L_s \rangle + \\ & 0.0011325 * \langle \rho_s \rangle * \langle \rho_s \rangle + 0.01465 * \langle L_g \rangle * \langle \varepsilon_g \rangle - 0.011017 * \langle LAI \rangle * \langle \varepsilon_g \rangle - 0.010022 * \langle LAI \rangle * \\ & \langle \rho_g \rangle - 0.0019586 * \langle \rho_s \rangle * \langle T_{in} \rangle + \dots \end{aligned}$$

Pour valider ce métamodèle, GoSAT compare l'écart de température entre la face supérieure du support de la toiture végétalisée et la face supérieure du toit ordinaire prédit par le modèle original et le métamodèle ci-dessus (figure III.14); les nuages de points formant quasiment une droite valide ce dernier. D'autre part ,la figure III.15. montre que l'erreur relative de la réponse du métamodèle par rapport à celle du modèle original est faible (inférieur à 0.7 %) d'où la précision de la prédiction donnée par le métamodèle.

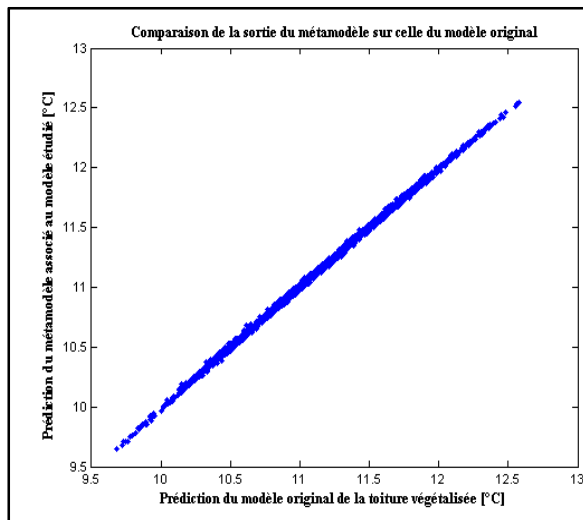


figure.III.14.: Comparaison des prédictions de l'écart de température entre les toits ,données par le modèle original et le métamodèle associé

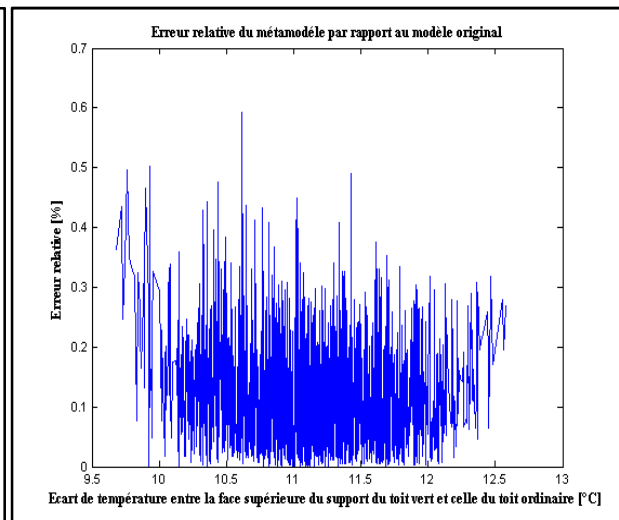


figure.III.15.: Mise en évidence de la précision de la prédiction de la sortie observée fournie par le métamodèle par rapport à celle donnée par le modèle original

L'ordre de prépondérance des paramètres les plus influents du modèle est présenté par les figures III.16 et III.17

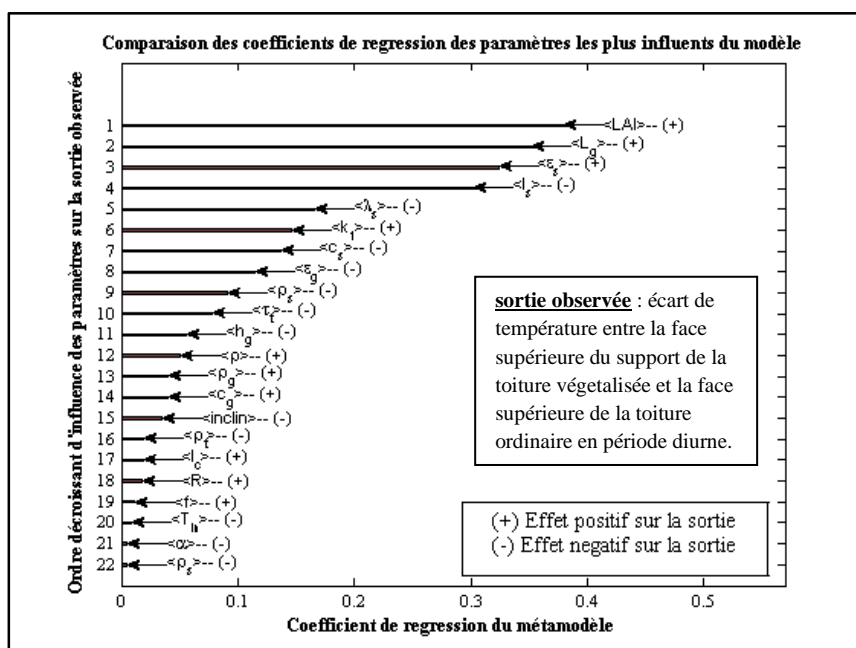


figure.III.16 : Ordre de prépondérance des paramètres les plus influents du modèle par rapport à l'écart de température entre les deux types de toitures.

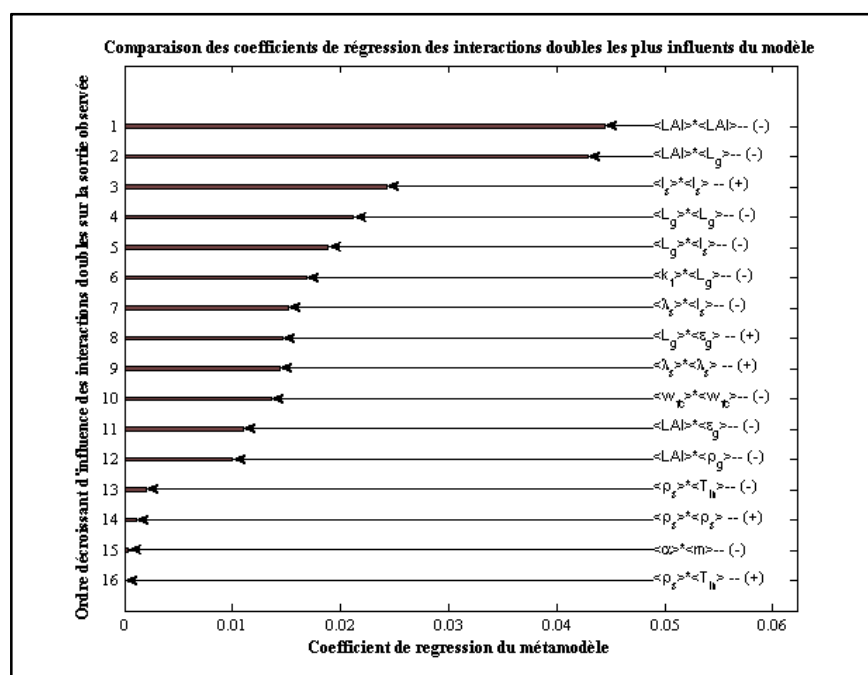


figure.III.17 : Ordre de prépondérance des interactions doubles des paramètres du modèle de la toiture végétalisée en couche mince par rapport à l'écart de température entre les deux types de toiture.

III.4.2.2. Interprétations des résultats en période diurne

D'après ces résultats, notamment la figure III.16, les commentaires suivants peuvent être affirmés:

- Le choix d'une canopée avec un fort indice de surface foliaire (LAI) est impératif pour ce système de toiture. En effet, plus la valeur de ce paramètre augmente plus l'écart de la température ΔT entre la face supérieure du support de la toiture végétalisée et la face supérieure de la toiture ordinaire est élevé; l'indice de surface foliaire LAI n'ayant aucun effet sur le système de toiture ordinaire, cet accroissement est dû à une diminution de la température du support de la canopée. Ce résultat étant d'autant plus conforté par les études menées par D. Morau [18]. En effet, parmi les végétaux (Plectranthus, Kalanchoe, Sedum) utilisés pour un système de toit vert, celui ayant un fort indice de surface foliaire (Sedum) est le plus efficace.
D'autre part, une canopée avec un fort coefficient d'extinction k_1 , une faible réflectivité ρ_t et transmittivité τ_t des tissus des plantes atténue les radiations solaires atteignant le toit, diminuant ainsi la température de la face supérieure du support de la toiture végétalisée.
En outre, une forte épaisseur de la canopée L_c contribue au confort thermique du bâtiment.
- En ce qui concerne le milieu de croissance de la végétation, il serait plus judicieux d'opter pour une couche épaisse L_g de sol. En effet, plus le matériau est épais, plus sa résistance thermique est importante. Toutefois, une épaisseur raisonnable de sol devrait être choisie afin d'éviter une surcharge pondérale pouvant altérer la structure du support. Il est donc nécessaire de trouver le juste équilibre entre la charge pondérale du sol et sa résistance thermique. Notons en plus qu'une forte densité apparente ρ et une forte réflectivité ρ_g du sol augmente l'écart de température ΔT en réduisant le flux de chaleur atteignant la face supérieure du support de la toiture végétalisée.
- D'après la figure III.16, l'émissivité du support ε_s a un effet positif sur la sortie observée (ΔT), tandis que l'épaisseur du support L_s provoque l'effet contraire. En effet, cela étant car si ε_s est élevé alors la température de la toiture ordinaire sera élevée par rapport à celle de la toiture végétalisée; ce paramètre n'a donc aucun effet sur la toiture végétalisée. En outre, plus le support est épais, plus il met du temps à s'échauffer d'où l'effet négatif sur l'écart de température.

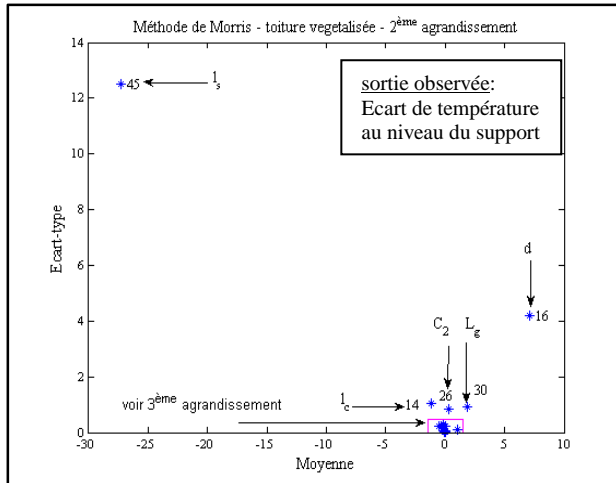


figure.III.18.c

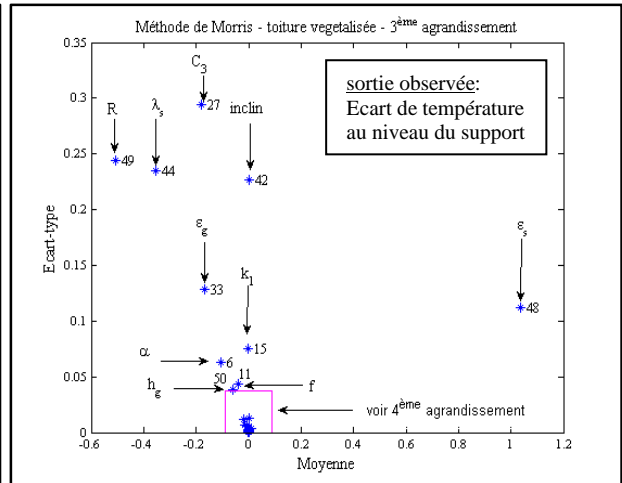


figure.III.18.d

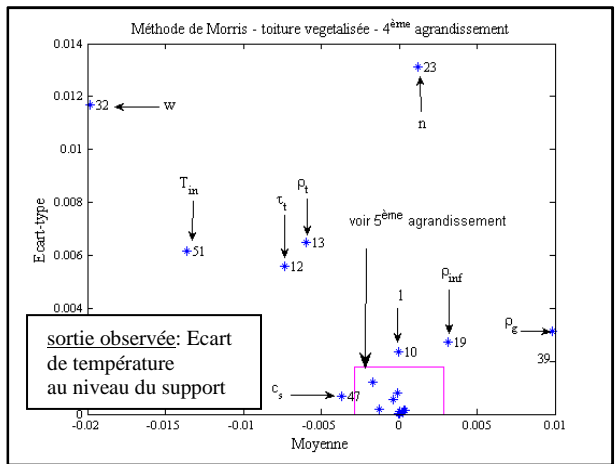


figure.III.18.e

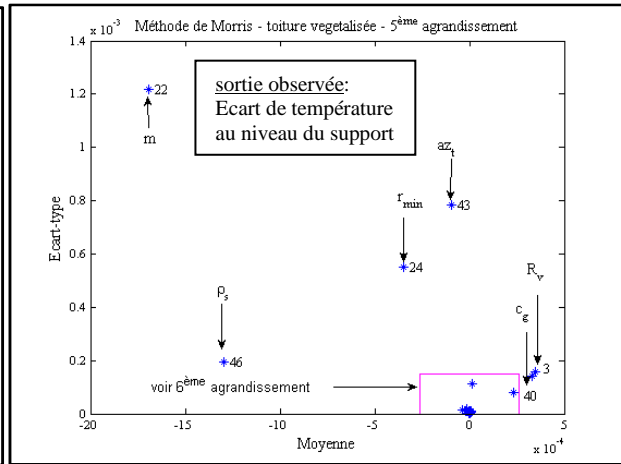


figure.III.18.f

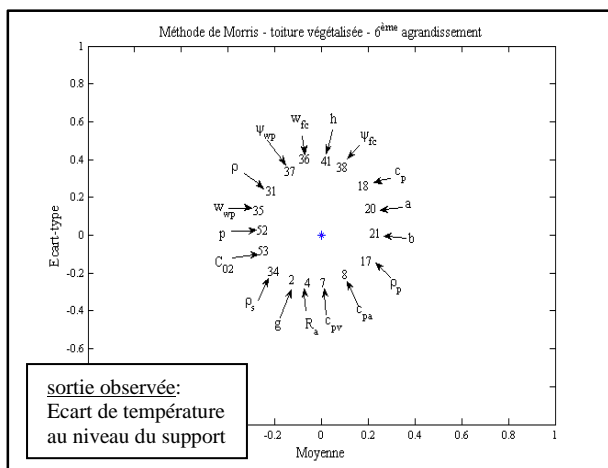


figure.III.18.g

figure.III.8.(a,b,c,d,e,f,g): Mise en évidence des effets individuels des paramètres du modèle sur l'écart de température observé entre la face supérieure de la toiture végétalisée et la face supérieure de la toiture ordinaire en période nocturne

Ces figures montrent le sens des effets des paramètres sur la sortie lorsqu'ils sont variés individuellement. Ainsi, les figurants de la figure III.18.g ont un effet négligeable sur la sortie observée. Parmi les 53 paramètres du modèle étudié, 17 n'ont aucune influence sur l'écart de température entre la face supérieure du support de la toiture végétalisée et la face supérieure de la toiture ordinaire en période nocturne.

III.4.3.1.b. Résultats obtenus par GoSAT avec la méthode FAST sur le modèle de la toiture en couche mince

Les fréquences utilisées lors de cette analyse sont stockées dans le tableau III.5

Tableau III.5 : Paramètres du modèle du toit vert et de la toiture ordinaire et fréquences associées en période nocturne

Paramètre N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Symbole	σ	g	R_v	R_a	D_0	α	c_{pv}	c_{pa}	LAI	l	F	τ_t	ρ_t	l_c	k_1	\underline{d}	ρ_p	c_p	ρ_∞
Fréquence	201	223	127	229	239	351	269	271	283	307	331	347	3	5	219	17	7	123	29

Paramètre N°	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
Symbole	a	b	m	n	r_{min}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	L_g	ρ	ω	ε_g	ρ_s	$\omega_{\omega p}$
Fréquence	31	37	41	47	147	53	59	61	107	71	173	179	83	89	97	367

Paramètre N°	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Symbole	ω_{fc}	$\psi_{\omega p}$	ψ_{fc}	ρ_g	$\underline{c_g}$	h	inclin	az_t	λ_s	l_s	ρ_s	c_s	ε_{st}	R	h_g
Fréquence	383	409	419	431	133	449	457	461	463	483	77	311	129	247	469

Paramètre N°	51	52	53
Symbole	T_{in}	P	C_{02}
Fréquence	277	91	313

Les figures III.19.a à III.19.d présentent les spectres obtenus par GoSAT après l'application de la méthode FAST sur le modèle.

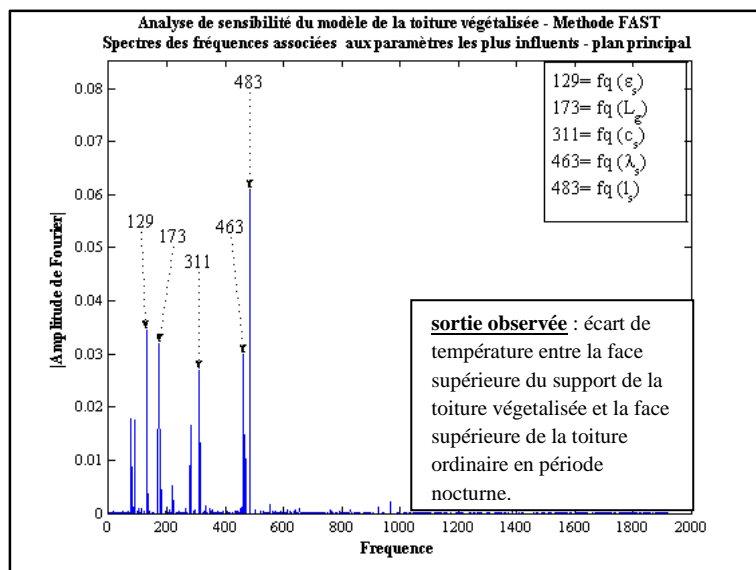


figure.III.19.a:
identification des deux premiers paramètres les plus influents du modèle

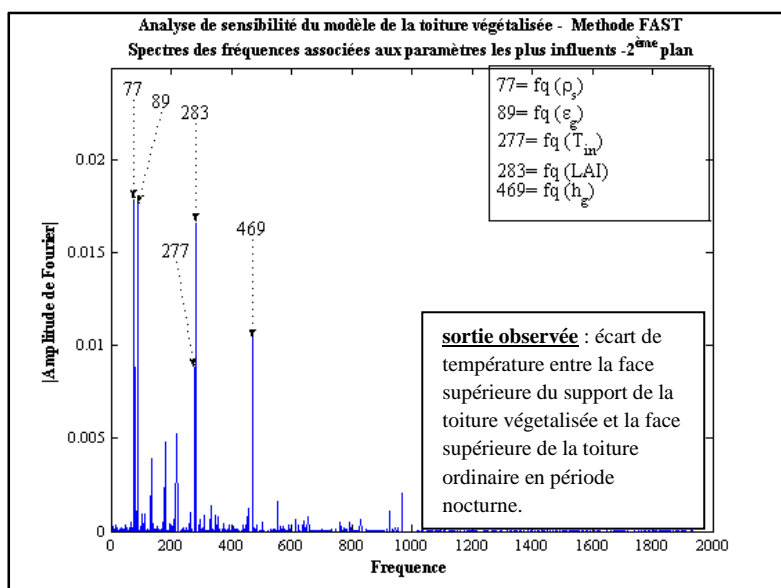


figure.III.19.b:
Deuxième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur le premier plan

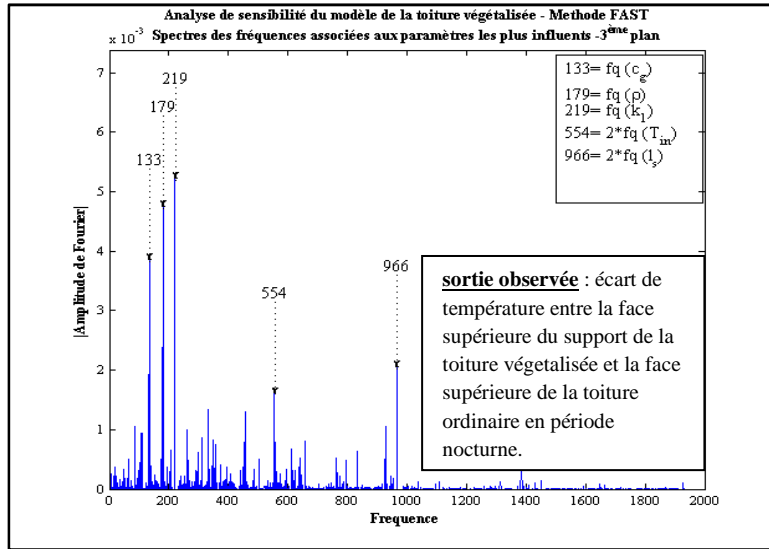


figure.III.19.c:

Troisième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les deux premiers plans.

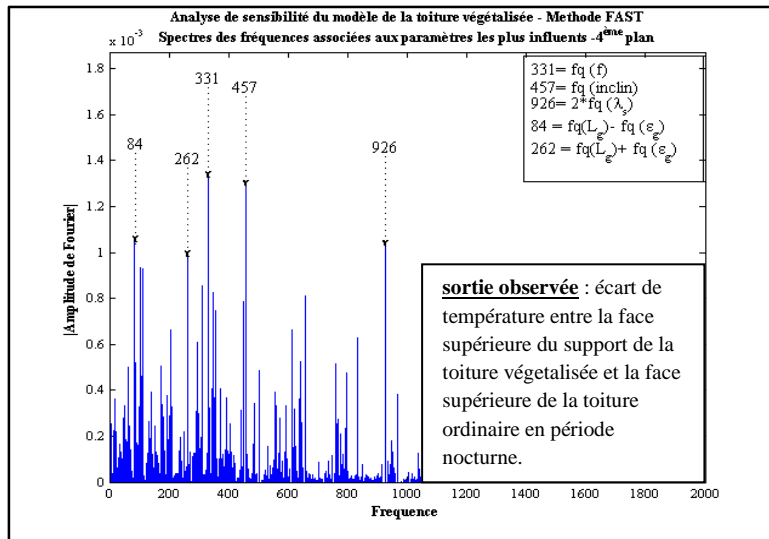


figure.III.19.d:

Quatrième plan obtenu après élimination des spectres correspondants aux termes d'interactions identifiés sur les trois premiers plans.

GoSAT donne l'expression du métamodèle approchant l'écart de température entre la face supérieure du support de la toiture végétalisée et la face supérieure de la toiture ordinaire en période nocturne. Ce métamodèle s'écrit comme suit:

$$\Delta T = 2.682 + 0.069123 * \langle \varepsilon_s \rangle + 0.06432 * \langle L_g \rangle - 0.054327 * \langle c_s \rangle - 0.060138 * \langle \lambda_s \rangle - 0.12565 * \langle L_s \rangle - 0.035754 * \langle p_s \rangle - 0.035405 * \langle \varepsilon_g \rangle - 0.018148 * \langle T_{in} \rangle + 0.033314 * \langle LAI \rangle - 0.021201 * \langle h_g \rangle + 0.0077752 * \langle c_g \rangle + 0.0096008 * \langle p \rangle + 0.010623 * \langle k_t \rangle - 0.0027109 * \langle f \rangle + 0.0026354 * \langle inclin \rangle + 0.0064863 * \langle T_{in} \rangle * \langle T_{in} \rangle + 0.0090707 * \langle L_s \rangle * \langle L_s \rangle + 0.0044116 * \langle \lambda_s \rangle * \langle \lambda_s \rangle + 0.0040859 * \langle L_g \rangle * \langle \varepsilon_g \rangle - 0.00052654 * \langle w \rangle * \langle p_t \rangle * \langle p_t \rangle + \dots$$

Pour valider ce métamodèle, l'écart de température ΔT prédit par le modèle original et celui prédit par le métamodèle ci-dessus (figure III.20) ont été comparés; les nuages de points formant quasiment une droite valide ce dernier. D'autre part ,la figure III.21. montre que l'erreur relative de la réponse du métamodèle par rapport à celle du modèle original est faible (inférieur à 0.8%) d'où la précision de la prédiction donnée par le métamodèle.

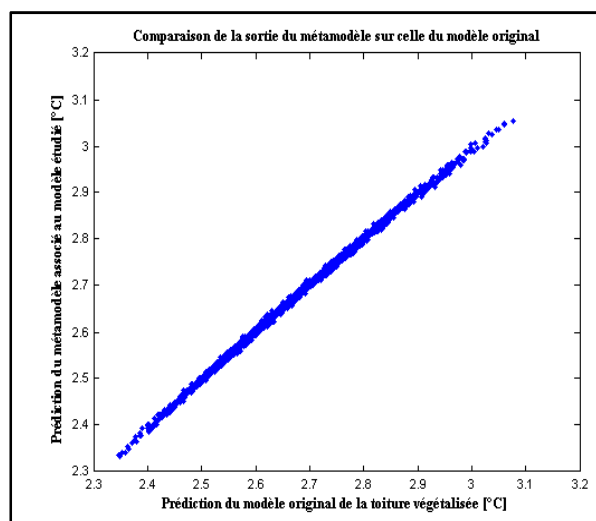


figure.III.20.: Comparaison des prédictions de l'écart de température entre les toits ,données par le modèle original et le métamodèle associé

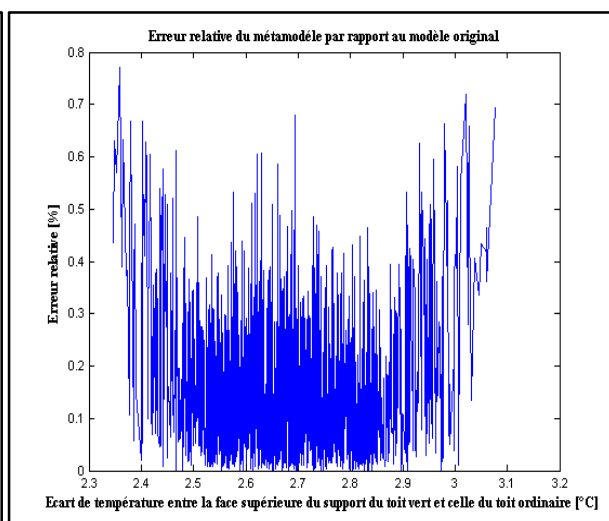


figure.III.21.: Mise en évidence de la précision de la prédiction de la sortie observée fournie par le métamodèle par rapport à celle donnée par le modèle original

L'ordre de prépondérance des paramètres les plus influents du modèle est présenté par les figures III.22 et III.23

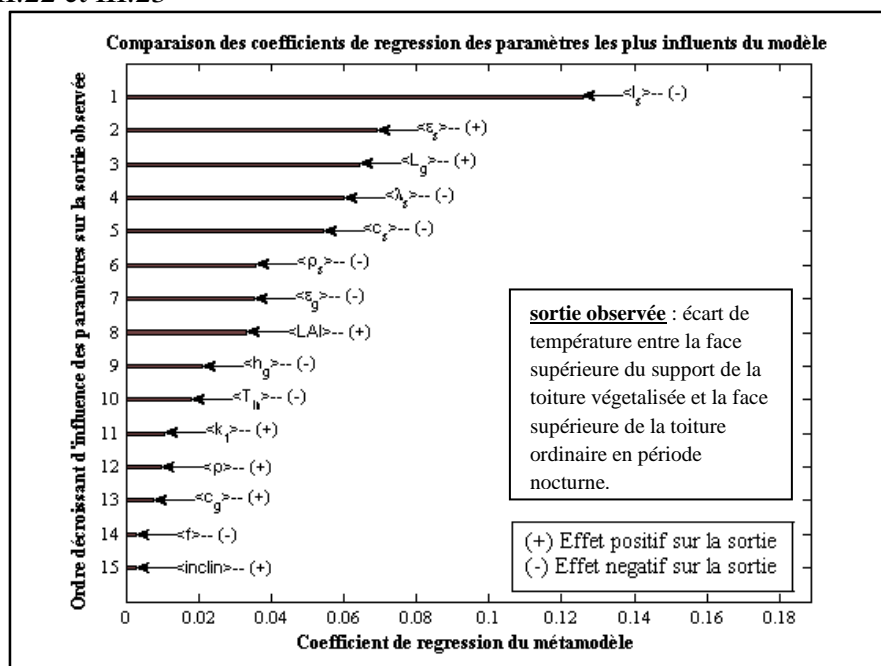


figure.III.22 : Ordre de prépondérance des paramètres les plus influents du modèle par rapport à l'écart de température entre les deux types de toiture.

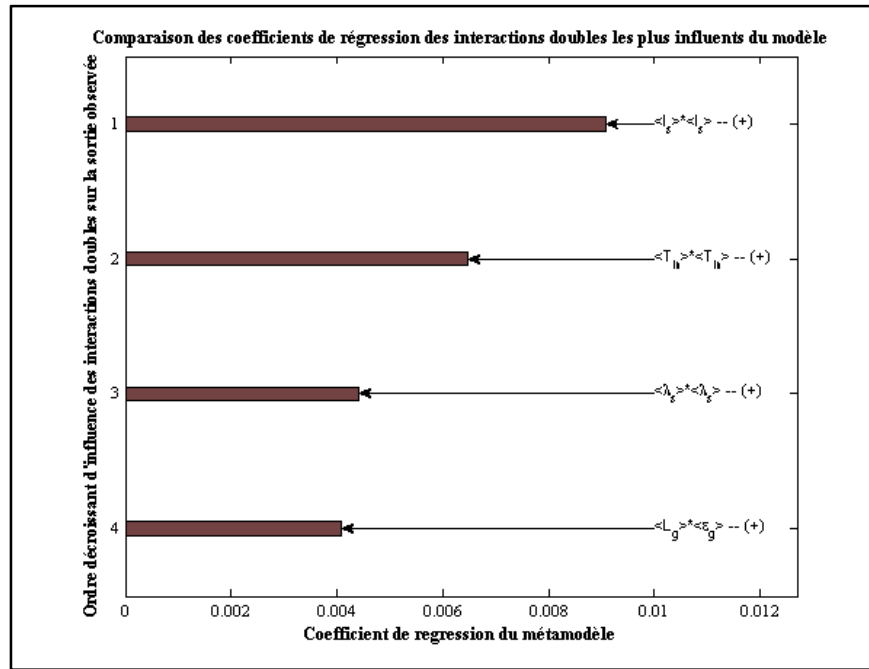


figure.III.23 : Ordre de prépondérance des interactions doubles des paramètres du modèle de la toiture végétalisée en couche mince par rapport à l'écart de température entre les deux types de toitures.

III.4.3.2. Interprétations des résultats

D'après la figure III.22; tout en sachant qu'en période nocturne $T_{st} > T_{st}^*$, les commentaires suivants peuvent être cités:

- L'épaisseur du support L_s est un paramètre influent sur l'écart $\Delta T = T_{st} - T_{st}^*$ avec $T_{st} > T_{st}^*$. En effet, plus le support est épais, plus il emmagasine de la chaleur, ce qui a tendance à augmenter la valeur de la température T_{st}^* du toit ordinaire; d'où l'effet négatif sur la sortie observée. D'autre part, la température intérieure étant supposée constante $T_{in} = 20^\circ\text{C}$, une forte conductivité thermique λ_s du support augmenterait la température T_{st}^* en période nocturne, d'où l'effet négatif sur la sortie observée. En pratique, il est préférable d'avoir une épaisseur raisonnable de support avec une faible conductivité thermique.
- Une couche épaisse de sol L_g améliore l'efficacité du toit vert en période nocturne. En effet, plus le sol est épais plus sa résistance thermique est importante, diminuant du coup le flux de chaleur sortant du bâtiment par l'intermédiaire du toit. Toutefois, une

épaisseur raisonnable de sol doit être adoptée afin d'éviter une surcharge pondérale altérant la structure du toit. D'autre part, un sol à faible émissivité ε_g réduit les pertes par rayonnement de grande longueur d'onde du sol et enfin, un sol à forte densité apparente ρ et à forte chaleur spécifique c_g serait un choix judicieux.

- En période nocturne, le choix d'une canopée à fort indice de surface foliaire (LAI), à fort coefficient d'extinction k_1 et à fort coefficient de transmission du tissu des feuilles τ_t diminue les pertes de chaleur par le toit.
- La figure 22 montre qu'un support à forte émissivité ε_s a un effet positif sur la sortie. En effet, une grande émissivité augmente la perte de chaleur par rayonnement de la toiture ordinaire d'où l'effet positif sur la sortie observée. D'autre part, un support à faible densité ρ_s et chaleur spécifique c_s réduit le flux perdu par le toit.

CONCLUSION

Dans ce mémoire, les procédés d'automatisation de la méthode d'analyse de sensibilité FAST ont été présentés. Les étapes nécessaires jusqu'à l'établissement de l'ordre de prépondérance des effets linéaires et des effets d'interactions et de l'expression du métamodèle ont été détaillées.

Après la description de la technique d'automatisation de la méthode FAST, un outil numérique d'analyse de sensibilité baptisé GoSAT (Global Sensitivity Analysis Tool) a été élaboré. GoSAT étant basé sur l'algorithme d'automatisation proposé, il ne requiert que le code informatique du modèle à étudier, les valeurs nominales, les gammes de variation et les noms des facteurs de ce modèle pour fournir l'ordre d'influence des facteurs et le métamodèle lié au modèle étudié. Conçu pour faciliter l'étude de sensibilité paramétrique des modèles des systèmes complexes, GoSAT est disponible sous deux versions: La version sous environnement Matlab pour ceux qui ont programmé le code informatique du modèle à étudié avec le langage de programmation Matlab, et la version exécutable sous le système d'exploitation Windows pour ceux qui utilisent un autre langage de programmation. L'emploi de GoSAT sur la fonction de Sobol à dix paramètres a fourni les résultats escomptés: les facteurs associés aux paramètres de Sobol a_h de faible valeur sont les plus influents. Ces résultats valident ainsi GoSAT et l'algorithme d'automatisation proposé.

Par ailleurs, le modèle mathématique associé au toit vert, et celui associé au toit en béton ordinaire ont été établis. La comparaison du comportement du toit vert par rapport au toit ordinaire a montré qu'en période diurne, la température de la face supérieure du toit vert est inférieure à la température de la face supérieure du toit ordinaire en béton, tandis qu'en période nocturne l'inverse se produit. Aussi, afin d'améliorer l'efficacité de la toiture végétalisée, une analyse de sensibilité paramétrique du modèle du toit vert s'avère nécessaire. L'emploi de l'outil GoSAT sur le modèle du toit vert a permis de constater qu'en période diurne, les caractéristiques de la canopée ont une importance significative dans les systèmes de toit vert, notamment l'indice de surface foliaire et le coefficient d'extinction. Les propriétés physiques et thermophysiques du sol améliorent aussi la résistance thermique du toit. En période nocturne, une épaisseur de sol optimale permet de réduire grandement la perte de chaleur par le toit.

Ce mémoire est une démarche dans l'optimisation des méthodes d'analyse de sensibilité et dans la compréhension des systèmes de toit vert. Une suite de ce travail pourrait être l'application de GoSAT sur un modèle de toiture végétalisée en couche non uniforme, afin de déterminer les paramètres prépondérants pour cet autre type de modèle de toit vert.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **N.Pandya** (2009)
"Analyse de sensibilité paramétrique d'un outil de modélisation des conséquences de scénarios d'accidents.Application à la dispersion atmosphérique de rejets avec le logiciel Phast"
 Ph.D., Université de Toulouse

- [2] **A. Saltelli, M. Ratto, T. Andres, F. Capolongo, J. Cariboni, D. Gatelli, M.Saisana, S. Tarantola** (2008)
"Global sensitivity Analysis .The primer"
 John Wiley & sons,Ltd

- [3] **Cukier R. I., Levine H. B., and Shuler K. E.,** (1978),
"Nonlinear Sensitivity Analysis of MultiparameterModel Systems."
 Journal of Comp. Physics 26, 1-42.

- [4] **A. Saltelli, S. Tarantola, K. Chan** (1999),
"A quantitative, model independent method for global sensitivity analysis of model output."
 Technometrics 41 39-56.

- [5] **S. Tarantola, D. Gatelli, T. Mara** (2006),
"Random balance designs for the estimation of first order global sensitivity indices".
 Reliability Engineering&System Safety 91 717-727.

- [6] **A. Saltelli** (2002),
"Making best use of model evaluations to compute sensitivity indices."
 Computer Physics Communication 145 280-297.

- [7] **I. Sobol, S. Tarantola, D. Gatelli, S. Kucherenko, W. Mauntz,**(2007),
"Estimating the approximation error when fixing unessential factors in global sensitivity Analysis."
 Reliability Engineering&System Safety 92 (2007) 957-960

- [8] **J.Razafindrakoto** (2009)
"Analyse de sensibilité paramétrique d'un modèle simulant un système de climatisation solaire utilisant une solution de chlorure de lithium comme liquide déshydratant".
 Mémoire DEA, Université d'Antananarivo

- [9] **T.A.Mara** (2008)
"Developpement et applications d'outils d'aide à la vérification, la calibration,l'analyse de sensibilité et d'incertitude de modèles"
 MCF, Université de la Réunion

- [10] **T. A. Mara** (2000),
"Contribution à la validation d'un logiciel de simulation du comportement thermo-aéraulique du bâtiment : Proposition de nouveaux outils d'aide à la validation"
 Ph.D, Université de la Reunion

- [11] **H.T.Rakontodramiarana** (2004)
"Etude théorique du séchage thermique et de la digestion anaérobie des boues des stations d'épuration-Mise au point des dispositifs pilotes de laboratoires pour la caractérisation expérimentale liée au séchage et à la méthanisation des boues".
 Ph.D., Université d'Antananarivo

- [12] **J.W.Cooley & J.W Tukey**
"An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series"
 Math,computet,vol.19,pp.297-301

- [13] **M.H.Rafieferantsoa** (2011)
"Contribution à la modélisation d'une toiture végétalisée"
 Mémoire DEA, Université d'Antananarivo

- [14] **E.P.Del Barrio** (1998)
"Analysis of the green roofs cooling potential in buildings"
 Energy and buildings vol.27,pp 179-193

- [15] **E.P.Del Barrio** (1998)
"Roof components models simplification via statistical linearisation and model reduction techniques"
 Energy and Buildings vol.29(1999),pp 259–281

- [16] **M. Skoutaros** (2009)
"Etude du comportement du toit vert en été"
 Ph.D, Univerité d'Athène

- [17] **A. Clain** (2010)
"Etude du comportement d'une toiture végétale :Instrumentation, Expérimentation et Simulation"
 Master 2, Université de la Réunion

- [18] **D. Morau, T. Libelle, F. Garde** (2011)
"PERFORMANCE EVALUATION OF GREEN ROOF FOR THERMAL PROTECTION OF BUILDINGS IN REUNION ISLAND"
 Energy Procedia 00 (2011) 000–000

- [19] **D. Marquardt** (1963).
"An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters".
 SIAM Journal on Applied Mathematics 11 (2): 431–441.

- [20] **MATLAB R2010a** (2010)
"High-performance numeric computation and visualization software"
 The Mathworks,inc

ANNEXE

Présentation des algorithmes détaillés d'automatisation de la méthode de Morris et de la méthode FAST

Dans les algorithmes suivants :

- Les accolades { } sont utilisées pour les commentaires
- Les numéros d'étapes font références aux procédés du chapitre I.

A/Algorithme d'automatisation de la méthode de Morris

Variables d'entrées : k, NombreDeRepetition, GammeDeVariation

{ Variables à initialisé au préalable par l'utilisateur }
 { k : nombre de paramètre d'entrée du modèle étudié }
 { NombreDeRepetition : nombre de simulation (r) désiré }
 { GammeDeVariation : variable contenant l'intervalle de variation de chaque paramètre }

Objet : i, j, k, NombreDeRepetition, cnt, Deltat: entier

Ecart, Seta : Tableau[1][k] de réel
 GammeDeVariation : Tableau[k][2] de réel
 MatriceDelta: Tableau[8][1] d'entier
 B, MatriceOrientation, Db2, Deltap : Tableau[k+1][k] d'entier
 Xe : Tableau[k][1] d'entier
 D, P, Db : Tableau[k][k] d'entier
 MatriceOrientation : Tableau[k+1][k] de réel
 MatNul, IndiceF, DeltaF: Tableau[1][k] d'entier
 Parametre, Dresultat, ResultatFinal: Tableau[1][k] de réel
 Indice : Tableau[1][k+1] d'entier
 Resultat: Tableau[1][k+1] de réel
 Di : Tableau[Nombre de ligne variable][k] de réel

Debut

Pour i ← 1 à k

Faire Ecart[i] ← (GammeDeVariation[i, 2] – GammeDeVariation[i, 1])

Finpour

%-----Etape (4)-----

Pour cnt ← 1 à NombreDeRepetition

Faire

%-----Etape (1)-----

MatriceDelta ← ALEATOIRE(8, 1, P-1)

{ ALEATOIRE(entier1, entier2, entier3) : Fonction générant un tableau ayant entier1 lignes et une colonne tel que les éléments de ce vecteur sont des entiers aléatoirement compris entre entier2 et entier3 (entier2 < entier3) }

Delta ← MatriceDelta(P-1)

B ← MATRICE_TRIANGULAIRE_INFERIEUR(k+1, k)

{ MATRICE_TRIANGULAIRE_INFERIEUR(entier1, entier2) : Fonction créant une matrice triangulaire inférieure de 1 ; de nombre de ligne entier1 et de nombre de colonne entier2 }

Xe ← ALEATOIRE(k, 0, P-Delta-1)

Pour i ← 1 à k

Faire Seta[i] ← cos(i*pi)

Fin Pour

Seta ← PERMUTER(Seta)

{ PERMUTER(vecteur1) : Fonction qui permute les éléments du vecteur vecteur1 }

D ← MATRICE_DIAGONALE(Seta)

{ MATRICE_DIAGONALE(vecteur1) : Fonction générant une matrice diagonale ,tel que les éléments de la diagonales sont formés par les éléments du vecteur vecteur1 }

P ← MATRICE_ALEATOIRE(k)

{ MATRICE_ALEATOIRE(entier1) : Fonction qui forme une matrice carrée non diagonal de taille entier1 ,tel que pour chaque ligne et chaque colonne un et un seul élément est égal a 1 les autres étant nul }

MatriceOrientation ← ((Delta/2)*((2*B-UNITE(k+1,k))*D +

UNITE(k+1,k)) + UNITE(k+1,k)*Xe)*P

{ UNITE(entier1,entier2) : génère une matrice de taille entier1xentier2 tel que tous ses éléments sont égaux à 1 }

{ MatriceOrientation est une matrice tel que deux lignes ne diffèrent que d'un seul élément }

%-----Etape (2)-----

Pour i ← 1 à k

Faire Pour j ← 1 à k

Faire Db[i,j] ← MatriceOrientation[i+1,j] – MatriceOrientation[i,j]

Fin Pour

Fin Pour

MatNul ← ZEROS(1,k)

{ ZEROS(entier1,entier2) : Fonction générant une matrice nulle de taille entier1xentier2 (entier1 lignes ,entier2 colonnes) }

MatNul[1] ← Delta

Db2 ← CONCATENER(Db,MatNul)

{ CONCATENER(matrice1,matrice2):Fonction mettant bout à bout les 2 matrices matrice1 et matrice2 ,tout deux ayant le même nombre de colonne }

pour i ← 1 à k+1

Faire Pour j ← 1 à k

Faire Si Db2[i,j] ≠ 0

Faire Indice[i] ← j

Fin Si

Fin Pour

Deltap[i] ← Db2[i,Indice[i]]

Pour j ← 1 à k

Faire

Parametre[j] ← GammeDeVariation[j,1] +

MatriceOrientation[i,j]*Ecart[j] /(Pniveau – 1)

Fin Pour

Resultat[i] ← SORTIEAETUDIE(Parametre)

{ SORTIEAETUDIE(Parametre) : Expression mathématique du modèle à étudié par la méthode de Morris . "Parametre" étant le vecteur contenant les valeurs des entrées avec lesquelles on souhaiterait avoir la valeur de la sortie }

Fin Pour

%-----Etape (3)-----

Pour i ← 1 à k

Faire IndiceF[i] ← Indice[i]

Fin Pour

Pour i ← 1 à k

Faire DeltaF[IndiceF[i]] ← Deltap[i]

Fin Pour

Pour i ← 1 à k

Faire DResultat[IndiceF[i]] ← Resultat[i+1]-Resultat[i]

```

Fin Pour
Pour i ← 1 à k
    Faire ResultatFinal[i] ← DResultat[i]/(DeltaF[i]*Ecart[i]/(PNiveau-1))
    {ResultatFinal est une matrice de une ligne et de "nombre de parametre" colonnes}
Fin Pour

si cnt = 1
    Faire Di ← ResultatFinal
Sinon
    Faire Di ← CONCATENER(Di, ResultatFinal)
Fin Si
{Di es une matrice à NombreDeRepetition lignes et k colonnes}
%-----
Fin Pour
%-----Etape ( 5 )-----
DESSINER(Di)
{DESSINER : Fonction qui dessine le plan de Morris}
%-----
Fin

```

B/Algorithme d'automatisation de la méthode FAST

GLOBAL_SENSITIVITY_ANALYSIS_ALGORITHM (MODEL_OUTPUT, NominalValue, Prange, freq, alpha, error, n)

-----Input-----

MODEL_OUTPUT : Output of the studied model
 NominalValue: contain the nominal value of each factor
 Prange: contain the factors range of variation
 freq: contain the set of frequency assigned to the factors
 alpha: proportionality coefficient α_p (0,100)
 error: Stop the operation when the Fourier amplitude is less than error
 Nt: Define the number of detected frequencies by spectral representation
 name: Store the name of the factors
 nammod : Store the name of the surveyed model

I,j,k,m,cnt1,cnt2,cnt3,cnt4,cnt5,cnt6,cnt7,Ns,sz,szb1,szb2,szb3,SurvFreq,Nt: integer
 y0,nt,alpha,cstop:Real number
 ystar,ytild,y2,TFG,TFG1,G:Ns length Vector of real number
 Prange:two columns and p rows matrix of real number{the first column store the lower bounds of the parameter and the second the upper}
 Freq: p length vector of integer {contain the frequencies of the factors}
 Delta: p length vector of real number {contain the frequencies of the factors}
 TFG2: E(Ns/2)length vector of real number
 EvalFreq,DetectFreq,FinalDetectFreq:Variable length vector of integer
 Coefficient,h1i,h1,Hq,ind2:variable length vector of real number
 x : Ns rows, p columns matrix of real number
 xp,r: variable number of rows, variable number of columns matrix of real number
 h2ii,h2ij,h2;Hm:two columns, variable number of rows matrix of real number
 h3iii,h3ijj,h3ijk,h3,Hn:three columns ,variable number of rows matrix of real number

Start

-----Step (3)-----

y0 ← MODEL_OUTPUT (NominalValue)

-----Step (4)-----

Ns ← 2*4*MAX(Freq) + 1
 {MAX(vector):Find the maximum value of the component of the vector }

-----Step (5)-----

For h ← 1 to LENGTH(Freq)
 {LENGTH(vector or matrix) : evaluate the length of the vector or the number of row of a matrix}
 Do Delta[h] ← Alpha*(Prange[h , 2] – Prange[h , 1])/100

End For

-----Step (6)-----

s[1] ← 0
For i ← 1 to Ns-1
 Do s[i +1] ← s[i] + 2*pi/(Ns-1)
End For
For j ← 1 to LENGTH(Freq)
 Do For i = 1 to Ns
 Do x[i,j] ← NominalValue[j] + delta[j]*sin(Freq[j]*s[i])
 End For

End For
For i ← 1 to Ns
 Do ystar[i] ← MODEL_OUTPUT (x[i,1 to LENGTH(Freq)])
 { by using each row of x, evaluate the Ns values of y* }

End For

-----Step (8)-----

For i←1 to Ns
 Do ytild[i] ← y0
End For

-----s-----

Do
 m←1

-----Step (9)-----

```

For i←1 to Ns
    Do G[i]← ystar - ytild
End For
-----Step (10)-----
TFG←ABS ( FFT(G))/Ns
-----Step ( 11)-----
ind ←0 {initialize all the components of end as zero}
For i ← 2 to LENGTH(TFG) – 1
    Do If ( TFG[i] > TFG[ i +1] ) AND ( TFG[i] < TFG[i-1] ) OR ( TFG[i] < TFG[ i +1] )
        AND ( TFG[i] > TFG[i-1] ) OR ( TFG[i] < TFG[ i +1] ) AND ( TFG[i] < TFG[i-1] )
        Do ind[i] ← i
    End If
End For
ind2←FIND1(ind~=0)
{Find among the values of ind those which are not zero and store the index in the vector ind2}
For i←1 to length(ind2)
    Do TFG[ind2[i]]←0
End

```

```

%matlab code of the step 11
in = zeros(1,length(TFG));
in(1)=1;
in(length(TFG))=1;
for i=2:length(TFG)-1
    if (( (TFG(i)>TFG(i+1))&&(TFG(i)<TFG(i-1))) || ((TFG(i)<TFG(i+1))&&...
        (TFG(i)>TFG(i-1))) || ((TFG(i)<TFG(i+1))&&(TFG(i)<TFG(i-1))))
        in(i)=1;
    end %end if
end %end for
TFG(find(in))=0;

```

```

-----Step (12)-----
For i ← 1 to E(Ns/2 )
    {E(real) : find the fix part of the real}
    Do TFG1[i] ← TFG[i]
End For
-----Step (13)-----
TFG2 ← DECREASING_ORDER(TFG1)
{DECREASING_ORDER(vector) : put in decreasing order the components of the vector }
nt← TFG2[Nt]
EvalFreq = FILTER(TFG1,nt)
{FILTER(vector,real) :Eliminate the value of the vector which are inferior to the real }

```

```

%Matlab code of the step 13
TFG2 =unique(sort(TFG1(find(TFG1))));
nt = TFG2(end - Nt);
EvalFreq= find(tfg1 > nt);
EvalFreq = EvalFreq-1;

```

```

-----Step (14)-----
cnt1←1,cnt2←1,cnt3←1,cnt4←1,cnt5←1,cnt6←1,cnt7←1
For cnt ← 1 to LENGTH(EvalFreq)
    Do SurvFreq ←EvalFreq[cnt]
    For i ← 1 to LENGTH(Freq)
        Do

```

```

            If SurvFreq = Freq[i]
                Do h1i[cnt1]← i
                    cnt1←cnt1+1
                    DetectFreq[cnt7]←SurvFreq
                    cnt7←cnt7+1
            End If

```

```

-----Step ( 14- b )-----

```

```

If SurvFreq=2*Freq[i]
  Do h2ii[cnt2,1]←i
    h2ii[cnt2,2]←i
    cnt2←cnt2+1
    DetectFreq[cnt7]←SurvFreq
    cnt7←cnt7+1
End If
For j←i+1 to LENGTH(Freq)
  Do If SurvFreq = ABS(Freq[i]-Freq[j])AND FIND(EvalFreq, Freq[i]+Freq[j])
    {FIND (vector,real):find if the real number is among the component of the
    vector;if it is the case,return 0 else 1 }
    Do h2ij[cnt3,1]←i
      h2ij[cnt3,2]←j
      cnt3←cnt3+1
      DetectFreq[cnt7]← ABS(Freq[i]- Freq[j])
      DetectFreq[cnt7+1]← Freq[i]+Freq[j]
      cnt7←cnt7+2
    End If
End For
-----Step (14- c)-----
If SurvFreq = 3*Freq[i]
  Do h3iii[cnt4,1]←i
    h3iii[cnt4,2]←i
    h3iii[cnt4,3]←i
    cnt4←cnt4+1
    DetectFreq[cnt7]←SurvFreq
    cnt7←cnt7+1
End If
For j←1 to LENGTH(Freq)
  Do If j=LENGTH(Freq)
    Do BREAK
    {BREAK: Terminate the execution of the current " for" loop}
  End If
  If j>=i
    Do If SurvFreq = MIN(ABS(Freq[i] -2*Freq[j+1]), Freq[i]+2*Freq[j+1])
    AND FIND(EvalFreq, MAX(ABS(Freq[i]- 2*Freq[j+1]),Freq[i]+2*Freq[j+1])
      Do h3ijj[cnt5,1]←i
        h3ijj[cnt5,2]←j+1
        h3ijj[cnt5,3]←j+1
        cnt5←cnt5+1
        DetectFreq[cnt7]← ABS(Freq[i]-2*Freq[j+1])
        DetectFreq[cnt7+1]← Freq[i]+2*Freq[j+1]
        cnt7←cnt7+2
      End If
    End If
    If j < i
      Do If
        SurvFreq = MIN(ABS(Freq[i]-2*Freq[j]),Freq[i]+2*Freq[j])
        AND FIND( Evalfreq,MAX(ABS(Freq[i]-2*Freq[j]))
        AND FIND( Evalfreq,Freq[i]+2*Freq[j])
        Do h3ijj[cnt5,1]←i
          h3ijj[cnt5,2]←j
          h3ijj[cnt5,3]←j
          cnt5←cnt5+1
          DetectFreq[cnt7]← ABS(Freq[i]- 2*Freq[j])
          DetectFreq[cnt7+1]← Freq[i]+2*Freq[j]
          cnt7←cnt7+2
        End If
      End If
    End For
    For j←i+1 to LENGTH(Freq)
      Do For k←j+1 to LENGTH(Freq)
        Do If
          SurvFreq= MIN(Freq[i]+Freq[j]+Frequecne[k],ABS(Freq[i] -
          Freq[j]+Frequecne[k]), ABS(Freq[i]+Freq[j]-Freq[k]), ABS(Freq[i]-
          Freq[j]-Freq[k]))

```

```

AND FIND(Evalfreq,Freq[i]+Freq[j]+Freq[k])
AND FIND(Evalfreq,ABS(Freq[i]-Freq[j]+Freq[k]))
AND FIND(Evalfreq,ABS(Freq[i]+Freq[j]-Freq[k]))
AND FIND(Evalfreq,ABS(Freq[i]-Freq[j]-Freq[k]))
    Do h3ijk[cnt5,1]←i
        h3ijk[cnt5,2]←j
        h3ijk[cnt5,3]←k
        cnt5←cnt5+1
        DetectFreq[cnt7]←Freq[i]+Freq[j]+Freq[k]
        DetectFreq[cnt7+1]← ABS(Freq[i]- Freq[j]+Freq[k])
        DetectFreq[cnt7+2]← ABS(Freq[i]+Freq[j] Freq[k])
        DetectFreq[cnt7+3]← ABS(Freq[i]-Freq[j]- Freq[k])
        cnt7←cnt7+4
    End If
End For
End For
End For

```

```

FinalDetectFreq←NO_DOUBLE(DetectFreq)
{NO_DOUBLE(vector) : Eliminate the redundant elemnts of the vector }

```

```

%Matlab code of the NO_DOUBLE function
function fs = NO_DOUBLE(freqs)
for i = 1:length(freqs)
    for j = i+1 :length(freqs)
        if freqs(i) ==freqs(j)
            freqs(j)=0;
        end
    end
end
fs = freqs(find(freqs));

```

```

h1 ←hi
h2←CONCATENATE(h2ii,h2ij)
{CONCATENATE(matrix1,matrix2) : Put the matrix2 at the end of the matrix1, both have the same number of
columns }

```

```

%On Matlab, to concatenate two( or three,...) matrix which have the same
number of column, we use the next syntax
h2 = [h2ii;h2ij];

```

```

h3←CONCATENATE(h3iii,h3ijj,h3ijk)
If i=1
    Do For j←1 to LENGTH(h1)
        Do Hq[j]←h1[j]
    End For
    For j←1 to LENGTH(h2)
        Do Hm[j]←h2[j]
    End For
    For j←1 to LENGTH(h3)
        Do Hn[j]←h3[j]
    End For
else
    Do Hq←CONCATENATE(h1p,h1)
    Hm←CONCATENATE(h2p,h2)
    Hn←CONCATENATE(h3p,h3)
End If
For j←1 to LENGTH(Hq)
    Do h1p[j]←Hq[j]
End For

For j←1 to LENGTH(Hm)
    Do h2p[j]←Hm[j]
End For

For j←1 to LENGTH(Hn)

```

```

    Do h3p[j]←Hn[j]
End For

```

-----Step (15)-----

```

szb1←LENGTH(Hq)
szb2←LENGTH(Hm)
szb3←LENGTH(Hn)
cnt1←1
cnt2←1
cnt3←1
sz ←szb1+szb2+szb3
For j ←1 to LENGTH(Freq)
    Do For i←1 to N
        Do x[i,j]←sin(Freq[j]*s[i])
    End For
End For
For i←1 to sz
    Do If i<= szb1
        Do For j←1 to Ns
            Do xp[j,i]←x[j,Hq[cnt1]]
        End For
        cnt1←cnt1 + 1
    End If
    Do If (i > szb1) AND (i<= szb1 + szb2)
        Do For j←1 to Ns
            Do xp[j,i]←x[j,Hm[cnt2,1]]* x[j,Hm[cnt2,2]]
        End For
        cnt2←cnt2+1
    End If
    Do If (i > szb1 + szb2) AND ( i <= sz)
        Do For j←1 to Ns
            Do xp[j,i]←x[j,Hn[cnt3,1]]* x[j,Hn[cnt3,2]]* x[j,Hn[cnt3,3]]
        End For
        cnt3←cnt3+1
    End If
End For
x0←MATRIX_DIVIDE(ystar,xp)
{Divide the matrix ystar by the matrix xp}
Coefficient ← LEVENBERG-MARQUARDT_ALGORITHM(y0,ystar,xp,x0)

```



```

%Matlab code of the step 15
a = size(Hq);
b = size(Hm);
c = size(Hn);
szb1 = a(1);
szb2 = b(1);
szb3 = c(1);
if isempty(Hq)
    szb1 = 0;
end%end if
if isempty(Hm)
    szb2=0;
end%end if
if isempty(Hn)
    szb3 = 0;
end%end if
sz = szb1 + szb2 + szb3;
x = zeros(length(s),4);
ct1 =1;
ct2=1;
ct3=1;
xp = zeros(length(s),sz);
for i=1 : length(f)
    x(:,i) = sin(f(i)*s);
end%end for
for i = 1 : sz
    if i <= szb1
        xp(:,i) = x(:,Hq(ct1));
        ct1=ct1+1;
    end %end if
    if (i > szb1)&&(i <= szb1+ szb2)
        xp(:,i) = x(:,Hm(ct2,1)).*x(:,Hm(ct2,2));
        ct2 = ct2 + 1;
    end %end if
    if (i > szb1+ szb2)&&(i<=sz)
        xp(:,i) = x(:,Hn(ct3,1)).*x(:,Hn(ct3,2)).*x(:,Hn(ct3,3));
        ct3 = ct3 + 1 ;
    end % ind if
end %end for
x12 = xp\ystar;
x0=x12';
options = optimset('LevenbergMarquardt','on','MaxFunEvals',...
                    5000,'TolX',1e-7,...
                    'LargeScale','on','Display','on');
[Coefficient]=lsqnonlin(@newfcn1,x0,[],[],options,y0,ystar,xp);
%with newfcn1 (saved in another Matlab file)
function dy = newfcn1(a,y0,y,xvar)
szxvtmp = size(xvar);
szxv = szxvtmp(2);
r = 0;
for i = 1:szxv
    r = a(i)*xvar(:,i) + r;
end
dy = y -(r+y0);

```

-----Step (16)-----
DRAW_SPECTRUM (FinalDetectFreq,TFG1,nammod)

```

%Matlab code of the step 16
figure(m);
set(gcf, 'Name', 'Global Sensivity Analysis Tool', 'NumberTitle', 'off');
set(gcf, 'Color', [0.50 0.50 0.50]);
axes1 = axes('Parent', figure(m), 'FontSize', 8, 'FontName', 'Times');
ylim(axes1, [0 max(TFG1)+0.4*max(TFG1)]);
box(axes1, 'on');
hold(axes1, 'all');
plot(1:ceil(length(s)/2), TFG1);
lx = xlabel('Frequency', 'FontSize', 9, ...
'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');
set(lx);
ly = ylabel('|Fourier Amplitude|', ...
'FontSize', 9, ...
'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');
set(ly);
if (m==1)
lt = title(['Sensitivity analysis of the ' nammod ...
' - FAST Method'], ...
['Spectrum of the frequencies associated to'...
' the dominating parameters - Main figure '], ...
'FontSize', 9, ...
'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');
set(lt);
else
lt = title(['Sensitivity analysis of the ' nammod ...
' - FAST Method'], ...
['Spectrum of the frequencies associated '...
'to the dominating parameters -'...
num2str(m) '^{\th} figure']], ...
'FontSize', 9, ...
'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');
set(lt);
end%end if
%show detected frequencies at step 14 by using textarrow properties
for i =1: length(FinalDetectFreq)
[figx,figy]=dsxy2figxy(gca,...
[ FinalDetectFreq(i)+1 FinalDetectFreq(i)+1],...
[tfg1(FinalDetectFreq(i)+1)+0.3*max(tfg1)...
tfg1(FinalDetectFreq(i)+1)]);
annotation(figure(m), 'textarrow', figx,...
figy, 'TextEdgeColor', 'none', 'String', ...
num2str(FinalDetectFreq(i)), ...
'HeadLength', 5, 'HeadWidth', 4, ...
'HeadStyle', 'vback1', 'fontsize', ...
10, 'fontname', 'times', 'LineStyle', ':' );
end%end for

```

-----Step (17)-----

```

r←0
For i←1 to sz
    Do For j←1 to Ns
        Do r[j] ← Coefficient[i]*xp[j,i]+ r[j]
    End For
End For
For j←1 to Ns
    Do ytilde[j] ← r[j] + y0
End For

```

-----Step (18)-----

TFG3←FIND_REMAINING_FA(TFG1,nt)
{find the remaining Fourier amplitude which are under the number nt}

```
%Matlab code which computes TFG3
TFG3 = TFG11( find( TFG1<nt ) );
```

```
If m=1
    Do cstop=0;
Else cstop=0;
    Do For i = 1:length(oldfreq)
        Do For j = 1 :length(FinalDetectFreq)
            If oldfreq[i] = [j]
                Do cstop=1;
            End If
        End For
    End For
End If
oldfreq ← FinalDetectFreq
m←m+1
While ( MAX(TFG3) > error) AND (cstop =0) AND (0 = ISEMPTY(FinalDetectFreq))
{ISEMPTY (vector) : return 1 if the vector is void, otherwise return 0}
```

%-----Step (19)-----

WRITE_THE_METAMODEL(Hq,Hm,Hn,Coefficient)

```
%Matlab code of the step 18
ct1 =1;
ct2 = 1;
ct3 = 1;
nm1 = '';
nm2 = '';
nm3 = '';
%write the metamodel name on the Matlab command window
for i= 1 : sz
    if i<= szb1
        nm1{ct1} = [ num2str(Coefficient(i)) ...
            ' * <' name{Hq(ct1)} '> + '];
        ct1 = ct1 + 1;
    end

    if (i > szb1)&&(i <= szb1 + szb2)
        nm2{ct2} = [num2str(coefficient(i)) ...
            ' * <' name{Hm(ct2,1)} ...
            '> * <' name{Hm(ct2,2)} '> + ' ]];
        ct2 = ct2 + 1;
    end

    if i > szb1 + szb2
        nm3{ct3} = [num2str(coefficient(i)) ...
            ' * <' name{Hn(ct3,1)} ...
            '> * <' name{Hn(ct3,2)} ...
            '> * <' name{Hn(ct3,3)} '> + '];
        ct3 = ct3+1;
    end
end
namemetamod = {num2str(y0), '+', nm1, nm2, nm3, '...'};
```

```

% Write the metamodel name in a .txt file named metamodel.txt
fid = fopen('metamodel.txt','w');
fprintf(fid, '%s', [num2str(y0) ' + ']);
for i = 1 : szb1
    fprintf(fid, '%s', nml{i});
end%end for
fprintf(fid, '\n');
if (0==isempty(nm2))
    for j = 1 : szb2
        fprintf(fid, '%s', nm2{j});
    end%end for
end%end if
fprintf(fid, '\n');
if (0==isempty(nm3))
    for k = 1 : szb3
        fprintf(fid, '%s', nm3{k});
    end%end for
end%end if
fprintf(fid, ' ...');
fclose(fid);
% view the contents of the file
type metamodel.txt

```

%-----Step (20)-----

VALIDATION(ystar, ytild)

```

m = [ystar, ytild];
r2 = regress(ystar, ytild);
dm = abs(diff(m,1,2))./ m(:,1);
me = mean(dm) ;
[sm,I]= sort(m(:,1)) ;
figure ;
set(gcf, 'Name', 'Global Sensivity Analysis Tool', 'NumberTitle', 'off');
set(gcf, 'Color', [0.50 0.50 0.50]);
set(gca, 'FontSize', 8, 'FontName', 'Times');
%Plot the relative error of the metamodel compared to the original model
plot(sm, dm(I)*100);
xlabel([modnam 'output []'], 'FontSize', 9, ...
    'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');
% Create ylabel
ylabel('Relative error [%]', ...
    'FontSize', 9, ...
    'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');
% Create title
title(['Relative error of the metamodel '...
    'output on the' nammod ' output'], ...
    'FontSize', 9, ...
    'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');
figure1 = figure;
set(gca, 'FontSize', 8, 'FontName', 'Times');
set(gcf, 'Name', 'Sensivity Analysis Tool', 'NumberTitle', 'off');
set(gcf, 'Color', [0.50 0.50 0.50]);
%compare the metamodel output and the original output
plot(ystar, ytild, '.');
%create xlabel
xlabel(['Prediction of ' nammod ' []'], 'FontSize', 9, ...
    'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');
% Create ylabel
ylabel(['Prediction of the metamodel associated to the '...
    nammod ' []'], ...
    'FontSize', 9, ...
    'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');
% Create title
title(['Comparison of the metamodel output and the '...
    nammod ' output'], ...
    'FontSize', 9, ...
    'FontName', 'Times', 'fontweight', 'b');

```

-----Step (21)-----
 COMPARING_THE_REGRESSION_COEFFICIENT (Coefficient,Hq,Hm)

End

```
%Matlab code of the step 21
ydat = abs(Coefficient);
long1 = length(Hq);
szb2 = size(Hm);
long2 = szb2(1);
ydat1 = ydat(1:long1);
ydat2 = ydat(long1+1 :long1+long2);
nxticklab1 = '';
nxticklab2 = '';
%first order effects
if (long1>1)
    [y1,ind] = sort(ydat1);
    figure1 = figure;
    set(gcf,'Name','Global Sensivity Analysis Tool','NumberTitle','off');
    set(gcf,'Color',[0.50 0.50 0.50]);
    for j = 1 :length(y1)
        nxticklab2{j} = num2str(length(y1)-j+1);
    end%end for
    % Create axes
    axes1 = axes('Parent',figure1,'FontSize',8,'FontName','Times');
    set(gca,'YTick',[1:length(y1)],'YTickLabel',nxticklab2);
    xlim(axes1,[0 max(ydat1)+0.5*max(ydat1)]);
    box(axes1,'on');
    hold(axes1,'all');
    %Create a bar diagram of the first order effect
    bar(y1,...
        'FaceColor',[0.450980392156863 0.262745098039216...
        0.262745098039216],...
        'Horizontal','on',...
        'BarWidth',0.1,...
        'BarLayout','stacked');
    %create xlabel
    xlabel('Regression coefficient of the metamodel','FontSize',9,...
        'FontName','Times','fontweight','b');
    % Create ylabel
    ylabel('Decreasing order of the dominating parameters',...
        'FontSize',9,...
        'FontName','Times','fontweight','b');
    % Create title
    title(['Comparison of the most influent parameters of the'...
        modnam ],...
        'FontSize',9,...
        'FontName','Times','fontweight','b');
    % Create textbox
    annotation(figure1,'textbox',...
        [0.659928571428571 0.133333333333334 0.225785714285714...
        0.0857142857142879],...
        'String',{'(+) Positive effect on the output',...
        '(-) Negative effect on the output'},...
        'HorizontalAlignment','center',...
        'FontWeight','light',...
        'FontSize',7,...
        'FontName','Times',...
        'FitHeightToText','on');
```

```

% Create textbox
annotation('textbox',...
[0.660714285714286 0.22857142857143 ...
0.223214285714286 0.130952380952382],...
'String',{'surveyed output :',[ modnam ' output']},...
'FontSize',6,...
'FontName','Times',...
'FitHeightToText','off');
%annotation
%write on the figure the name of the factor corresponding to the effect
for i=1:long1
if (Coefficient(ind(i))>0)
[figx,figy]=dsxy2figxy(gca,[ max(y1(i))+0.09*max(ydat1)...
y1(i)],[i i]);
annotation('textarrow',figx,...
figy,'TextEdgeColor','none','String',[ '<' ...
name{Hq(ind(i))} '>-- (+)'],...
'HeadLength',6,'HeadWidth',6,...
'HeadStyle','vback1','FontSize',8);
end%end if
if(Coefficient(ind(i))<0)
[figx,figy]=dsxy2figxy(gca,[max(y1(i))+0.09*max(ydat1)...
y1(i)],[i i]);
annotation('textarrow',figx,...
figy,'TextEdgeColor','none','String',[ '<' ...
name{Hq(ind(i))} '>-- (-)'],...
'HeadLength',6,'HeadWidth',6,...
'HeadStyle','vback1','FontSize',8 );
end%end if
end%end for
end%end if
%second order effects
if (long2>1)
figure2 = figure;
set(gcf, 'Color',[0.50 0.50 0.50]);
set(gcf,'Name','Global Sensivity Analysis Tool','NumberTitle','off');
[y2,ind2] = sort(ydat2);
for j = 1 :length(y2)
nxticklabl{j} = num2str(length(y2)-j+1);
end%end for
% Create axes
axes1 = axes('Parent',figure2,'FontSize',8,'FontName','Times');
set(gca,'YTick',[ 1:length(y2)], 'YTickLabel',nxticklabl);
xlim(axes1,[0 max(ydat2)+0.4*max(ydat2)]);
box(axes1,'on');
hold(axes1,'all');
%Create a bar diagram of the second order effect
bar(y2,...
'FaceColor',[0.450980392156863 0.262745098039216 0.262745098039216],...
'Horizontal','on',...
'BarWidth',0.1,...
'BarLayout','stacked');
xlabel('Regression coefficient of the metamodel','FontSize',9,...
'FontName','Times','fontweight','b');
% Create ylabel
ylabel('Decreasing order of the parameter's order 2 interaction',...
'FontSize',9,...
'FontName','Times','fontweight','b');
% Create title
title({'Comparison of the order 2 interaction of the model'},...
'FontSize',9,...
'FontName','Times','fontweight','b');

```

```

%write on the figure the set of factors corresponding to the interaction
%effects
for i=1:long2
    if (Coefficient(long1+ind2(i))>0)

        [figx,figy]=dsxy2figxy(gca,[ max(ydat2)+0.1*max(ydat2)...
            y2(i)],[i i]);
        annotation('textarrow',figx,...
            figy,'TextEdgeColor','none','String',[ '<' name{Hm(ind2(i),1)} ...
            '>*<' name{Hm(ind2(i),2)} '> -- (+)'],...
            'HeadLength',6,'HeadWidth',6,...
            'HeadStyle','vback1','FontSize',8);
    end% end if
    if(Coefficient(long1+ind2(i))<0)

        [figx,figy]=dsxy2figxy(gca,[max(ydat2)+0.1*max(ydat2)...
            y2(i)],[i i]);
        annotation('textarrow',figx,...
            figy,'TextEdgeColor','none','String',[ '<' name{Hm(ind2(i),1)}...
            '>*<' name{Hm(ind2(i),2)} '>-- (-)'],...
            'HeadLength',6,'HeadWidth',6,...
            'HeadStyle','vback1','FontSize',8);
    end%end if
end% end for
end% end if

```

Titre : ALGORITHME D'AUTOMATISATION DE LA METHODE D'ANALYSE DE SENSIBILITE GLOBALE DES MODELES DES SYSTEMES COMPLEXES – APPLICATION SUR UN MODELE SIMULANT UNE TOITURE VEGETALISEE

Résumé : *Ce travail vise à faciliter l'utilisation des méthodes d'analyse de sensibilité globales en proposant un algorithme d'automatisation de la méthode FAST classique, et en concevant un outil numérique d'analyse de sensibilité sous environnement Matlab baptisé GoSAT (Global Sensitivity Analysis Tool) et basé sur l'algorithme susmentionné. Nécessitant seulement le code de calcul programmé sous Matlab du modèle étudié, les noms de tous les facteurs d'entrée du modèle, leurs valeurs nominales et leurs gammes de variation respectives, GoSAT classe par ordre décroissant les effets linéaires et les effets d'interactions d'ordre un entre les facteurs influents de ce modèle. De plus, GoSAT donne aussi automatiquement l'expression du métamodèle qui correspond au modèle étudié. L'application de cet outil sur la fonction de Sobol à dix facteurs a montré que les facteurs associés aux paramètres de Sobol de faibles valeurs sont les plus prépondérants, ce qui est en accord avec les propriétés de cette fonction et valide ainsi la performance de l'algorithme proposé. Par ailleurs, dans le cadre de l'amélioration du confort thermique des bâtiments, un modèle mathématique simulant le comportement d'un système de couvert végétal a été élaboré. L'application de GoSAT sur le code de calcul lié à ce modèle de toit vert nous a permis de constater qu'en période diurne, une canopée à fort indice de surface foliaire (LAI) et une couche épaisse du sol de croissance des végétaux améliore grandement le rafraîchissement du bâtiment; tandis qu'en période nocturne, l'épaisseur du sol et les caractéristiques géométriques et thermophysiques du feuillage diminuent les pertes de chaleur par le toit.*

Mots clés : Analyse de sensibilité globale, algorithme d'automatisation, méthode FAST, screening de Morris, toit vert, confort thermique.

Abstract: *This work aims at facilitating the use of global sensitivity analysis methods by proposing an automation algorithm of the classic FAST method, and by conceiving a Matlab computing tool of sensitivity analysis that is baptized GoSAT (Global Sensitivity Analysis Tool) and based on the aforementioned algorithm. Requiring only the Matlab computing code of the studied model, the names of all the model input factors, their nominal values and their respective ranges of variation, GoSAT classifies in decreasing order the linear effects and the effects of order one interactions between the influential factors of this model. Furthermore, GoSAT automatically gives the expression of the metamodel which corresponds to the studied model. The application of this tool on a ten factor Sobol function showed that factors associated to low values of Sobol parameters are the most influential, what is in agreement with the properties of this function and so confirms the performance of the proposed algorithm. Besides, within the framework of building thermal comfort improvement, a mathematical model simulating a greenroof system behavior was proposed. The application of GoSAT on the computing code related to this green roof model enabled us to notice that in diurnal period, high values of Leaf Area Index (LAI) of the canopy and a thick ground layer largely improve the building cooling; whereas in night-period, the ground thickness and the geometrical characteristics and physical properties of the canopy foliage decrease the heat losses through the roof.*

Keywords: Global Sensitivity Analysis, automation algorithm, FAST method, Morris screening, green roof, thermal comfort

Encadreur :

RAKOTONDRAMIANANA Hery Tiana

Maître de conférences

Impétrant : ANDRIAMAMONJY Ando Ludovic

Adresse : Lot IVD 19 Behoririka

101 ANTANANARIVO

E-mail : andludo02@yahoo.fr